

6 . 問題発見・解析能力のモデル授業

6 . 問題発見・解析能力のモデル授業

(1) 授業項目

授業項目	目 標	授 業 内 容
1 問題状況の把握	「問題発見」の一連の手順として、問題状況の把握、問題状況の表現、問題状況の分析、モデル化、問題構成という段階のあることを理解させるとともに、その中の問題状況を把握する能力を演習を通じて養う。	問題とは 問題発見とは 問題発見の手法 (5 項目) 問題状況の把握の演習
2 問題状況の表現・分析	問題状況の表現と問題状況の分析 (構成要素の抽出、問題を構成する要素間の関連) について理解させるとともに、具体的課題について、問題状況を表現し、問題状況を分析する能力を演習を通じて養う。	問題状況の表現とは 問題状況の分析の手法 問題状況の表現と分析の演習
3 モデル化と問題の構成	モデル化と問題の構成について理解させるとともに、具体的課題についてモデル化し、問題を構成する能力を演習を通じて養う。	モデルを考える場面 モデルの特性 モデルの種類 問題構成の方法 モデル化と問題構成の演習
4 変数間の関係	データを使って、目的変数の要因を解析し、目的変数の各要因間の相関を調べる能力を養う。	演習課題とデータの提示 特性要因図 散布図 相関係数 相関行列の分析の演習
5 演習課題 1 2 つの変数間の関係	データを使って、目的変数の要因を解析し、回帰線の方程式によって、目的変数の予測を立てる能力を養う。	2 つの変数間の関係、分散 回転時間と外径の散布図の回帰線 回転時間と下の長さの散布図の回帰線 回転時間と握りの長さの散布図の回帰線
6 演習課題 2 3 つ以上の変数間の関係	データを使って、目的変数の要因を解析し、重回帰分析によって、目的変数の予測を立てる能力を養う。	重回帰分析を用いる必要性と、説明変数の検討 重回帰分析の実行 重回帰式 数学モデルの精度の検証
7 演習課題 3 仮説の検定	2 者が関係あるかを調べるため、標本の分布は χ^2 分布に従うものとし、仮説の検定を行って結論を求める能力を養う。	データの提示と問題の設定 仮説検定とは 帰無仮説 有意水準 χ^2 分布 仮説検定の演習

演習課題は、三つのうち最低一つは実施してほしい。

(2) 授業モデルのシラバス

授 業 項 目	1 . 問題状況の把握とその演習
目 標	「問題発見」の一連の手順として、問題状況の把握、問題状況の表現、問題状況の分析、モデル化、問題構成という段階のあることを理解させるとともに、その中の問題状況を把握する能力を演習を通じて養う。
重 要 用 語	問題、問題発見の手法、問題状況の把握
内 容 構 成	<p>1 . 問題発見の基礎</p> <p>(1) 問題とは何か (基礎資料 1 - 情報システムを対象とする問題) 解決を求める問題の中で、情報システムを対象とする問題を扱う。</p> <p>(2) 問題発見とは (基礎資料 2 - 問題発見の手法) 曖昧な状態の問題意識を、問題の実態を明確に把握して問題として形造ること。</p> <p>(3) 問題発見の手法 (基礎資料 2 - 問題発見の手法) 問題状況の把握 問題状況の表現 問題状況の分析 モデル化 問題構成</p> <p>2 . 問題発見の手法</p> <p>(1) 問題状況の把握 (基礎資料 3 - 問題状況の把握) 問題状況の把握のためには、データ収集のための各種の調査を行う。</p> <p>[問題状況の把握の演習] 問題状況の調査方法の演習 (演習資料 1 - 問題状況の把握の演習)</p> <p>(演習課題 1) 交通渋滞による交通事故解消のための分析項目と調査方法</p> <p>(演習課題 2) スーパーマーケットの営業効率向上のための分析項目と調査方法 スーパーマーケットの調査結果による問題状況のしぼり込み</p> <p>(演習資料 2 - 問題状況のしぼり込み)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 店長に対するヒヤリング結果 ・ 買い物客として入ったの観察結果
課 題	スーパーマーケットへ買い物客として入って観察した結果、問題状況を変える要素は何かを明確にせよ。
参 考 文 献	<p>神沼 靖子、内木 哲也：基礎情報システム論（共立出版）</p> <p>穠山 貞登：経営と創造性（放送大学教育振興会）</p> <p>岡山 誠司：問題解決の方法（講談社）</p>

授 業 項 目	2 . 問題状況の表現・分析とその演習
目 標	問題状況の表現と問題状況の分析(構成要素の抽出、問題を構成する要素間の関連)について理解させるとともに、具体的課題について、問題状況を表現し、問題状況を分析する能力を演習を通じて養う。
重 要 用 語	問題状況の表現、問題状況の分析、問題の構成要素
内 容 構 成	<p>2 . 問題発見の手法のつづき</p> <p>(2) 問題状況の表現 (基礎資料 4 - 問題状況の表現と分析) 問題状況を認識したら、それを具体的に表現して記述することによって問題の形に一步踏み出すことができる。 表現方法 : 文章、図解、グラフ</p> <p>(3) 問題状況の分析の手法 (基礎資料 4 - 問題状況の表現と分析) 問題状況を構成する本質的要素を抽出する。 問題状況を構成する本質的要素の関係を図解する。</p> <p>[問題状況の表現と分析の演習]</p> <p>(2) 問題状況の表現の演習 (演習資料 3 - 問題状況の表現の演習) ・ 問題状況のポイントの記述 ・ 問題状況の文章表現</p> <p>(3) 問題状況の分析の演習 問題状況の構成要素の抽出の演習 (演習資料 4 - 問題状況の分析 - 構成要素の抽出) 構成要素の特質の演習 (演習資料 4 - 問題状況の分析 - 構成要素の抽出) 問題を構成する要素間の関連の演習 (演習資料 5 - 問題状況の分析 - 要素間の関連)</p>
課 題	(1) スーパーマーケットの客とカウンターの関連を記述せよ。 (2) 2 つのカウンターがある場合の客のカウンターの運び方をきめよ。
参 考 文 献	神沼 靖子、内木 哲也 : 基礎情報システム論 (共立出版)

授 業 項 目	3 . モデル化と問題の構成及びその演習
目 標	モデル化と問題の構成について理解させるとともに、具体的課題についてモデル化し、問題を構成する能力を演習を通じて養う。
重 要 用 語	モデル化、問題構成
内 容 構 成	<p>2 . 問題発見の手法のつづき</p> <p>(4) モデル化 モデルを考える場面 (基礎資料 5 - モデルの特性) 調査計画の設計の場面、得られた推論、解釈、説明の場面 モデルの特性 (基礎資料 5 - モデルの特性) 問題の核心となる特定の側面を抽出し、他の側面は捨象してモデルを構築する。どの側面に焦点をあてるかによってモデルは変化する。 モデルの種類 (基礎資料 6 - モデルの種類)</p> <p>(5) 問題構成の方法 (基礎資料 7 - 問題構成の方法) 問題の文章は「明確で論理の筋が通る」ように表現する。 明確とは 内容が正確であり、内容が明瞭であること。 論理の筋が通る構成 全体的に流れの論理に飛躍がなく、各部分も論理に矛盾がないこと。 [モデル化とその問題構成の演習]</p> <p>(6) モデル化の演習 構成要素間の関連図 (演習資料 6 - モデル化の演習 - 要素間の関連図) 客とカゴの関連図 客とカウンターの関連図 フローチャート (演習資料 7 - モデル化の演習 - フローチャート) 客が来店したときのカゴに関連した客の流れのフローチャート 買い物を終ったあとのカウンターに関連した客の流れのフローチャート</p> <p>(7) 問題の構成の演習 (演習資料 8 - 問題の構成の演習) スーパーマーケットの具体的な問題構成例</p> <p>(8) アルゴリズムと流れ図の演習 (演習資料 9 - アルゴリズムと流れ図) 植物の株分け問題 会場の使用料を最小にする問題</p> <p>(9) 問題構造のモデル化 (演習資料 10 - 問題構造のモデル化) ブレインストーミングの実施 ブレインストーミングの結果を要因関連図にする データからグラフを書く データを (グラフを書いて) 読む 要因関連図の修正</p>
課 題	演習を (6) (7) (8) (9) と課題設定した。これらはすべてを授業において演習するのではなく、この内一つを演習し、他は自主解決課題とし、その結果を発表させるとよい。
参 考 文 献	池田 央：行動科学の方法 (東京大学出版) 樋山 貞登：経営と創造性 (放送大学教育振興会)

授 業 項 目	4 . 変数間の関係 (問題解決) の演習
目 標	データを使って、目的変数の要因を解析し、目的変数の各要因間の相関を調べる能力を養う。
重 要 用 語	特性要因図、散布図、相関分析、相関係数、相関行列
内 容 構 成	<p>1 . コマの回転時間の「特性要因図」の書き方 (演習資料 11 - 特性要因図) コマの回転時間に関係する要因として「コマの形状」を中心に 15 程度のものを考え、コマの回転時間に関係する要因の「特性要因図」を書く。 これらの要因のうち、回転時間に直接関係しないと思われるものを検討する。</p> <p>2 . 演習課題の提示 (演習資料 12 - 演習課題) 次のデータを使い、コマがよく回る要因を解析する。 コマの回転時間と要因のデータ (演習資料 13 - データ)</p> <p>3 . 回転時間と外径の散布図 (演習資料 14 - 散布図) 回転時間と外径の散布図を書き、気付いたことを書く。</p> <p>4 . 散布図の読み方 (演習資料 15 - 散布図の読み方) 散布図をみると異常値がよくわかる。異常値の意味を考えることは重要である。</p> <p>5 . 2 つの変数の関係を示す相関係数 (基礎資料 12 - 2 つの変数の関係を示す相関係数 - 相関係数の求め方) (基礎資料 13 - 2 つの変数間の関係を示す相関係数 - 相関係数の性質) コマの回転時間に関連を持つと思われる 10 個の要因のうち、どの要因が大きい関連を持つかを解析する方法の一つに「相関係数」の比較がある。</p> <p>6 . コマの回転時間に関連を持つ要因を調べる演習 (演習資料 16 - コマの回転時間に関連を持つ要因を調べる演習) コマの回転時間に関連を持つと思われる 10 個の要因のうち、どの要因が大きい関連を持つか。相関行列の分析によって調べる。</p>
課 題	相関分析による相関行列をみて、回転時間と相関係数の大きい要因を抽出して、その理由を検討せよ。
参 考 文 献	江村 潤朗：表現技法 (中央情報教育研究所)

授 業 項 目	5 . 演 習 課 題 1 2 つの変数間の関係（問題解決）の演習
目 標	データを使って、目的変数の要因を解析し、回帰線の方程式によって、目的変数の予測を立てる能力を養う。
重 要 用 語	回帰線、回帰線の方程式、分散、目的変数、説明変数
内 容 構 成	<p>7 . 2 つの変数の間の関係 （基礎資料 8 - 2 つの変数の関係を示す直線） （基礎資料 9 - 2 つの変数の関係を示す直線の式） 回帰線の方程式</p> <p>8 . 関係を示す直線のまわりの散らばり （基礎資料 10 - 関係を示す直線のまわりの散らばり - 回帰線のまわりの分散）</p> <p>9 . 回帰線のまわりの分散と平均のまわりの分散との関係 （基礎資料 11 - 上と同名）</p> <p>10 . 回転時間と外径の散布図の回帰線を求める演習 （演習資料 17 - 上と同名） （演習資料 18 - 外径から回転時間を予測する回帰線の方程式） （演習資料 19 - 外径による回転時間の予測値と実測値の比較）</p> <p>11 . 回転時間と下の長さの散布図の回帰線を求める演習 （演習資料 20 - 上と同名） （演習資料 21 - 下の長さから回転時間を予測する回帰線の方程式） （演習資料 22 - 下の長さによる回転時間の予測値と実測値の比較）</p> <p>12 . 回転時間と握りの長さの散布図の回帰線を求める演習 （演習資料 23 - 上と同名） （演習資料 24 - 握りの長さから回転時間を予測する回帰線の方程式） （演習資料 25 - 握りの長さによる回転時間の予測値と実測値の比較）</p>
課 題	回転時間と外径の単回帰分析の演習のあと、回転時間と下の長さの回帰線を求めること、または回転時間と握りの長さの回帰線を求めることを課題として各自実行せよ。
参 考 文 献	安川 正彬：統計学の手ほどき（日本経済新聞）

授 業 項 目	6 . 演 習 課 題 2 3 つ以上の変数間の関係 (問題解決) の演習
目 標	データを使って、目的変数の要因を解析し、重回帰分析によって、目的変数の予測を立てる能力を養う。
重 要 用 語	重相関、重回帰分析、重回帰式、目的変数、説明変数、数学モデル
内 容 構 成	<p>13 . 3 つの変数間の関係 (基礎資料 14 - 3 つの変数間の関係) 重相関</p> <p>14 . 重回帰分析の説明 (1) 重回帰分析を用いる必要性 (演習資料 26 - 重回帰分析を用いる必要性) 各々独立のいくつかの要因が重なって作用している場合には、複数の要因が有効と考えられる。このような複数の要因がすべて有効な要因かどうかは重回帰分析で検定する。 (2) 重回帰分析の説明変数の検討 (演習資料 26 - 重回帰分析を用いる必要性) (3) 重回帰分析とは (演習資料 27 - 重回帰分析の基礎) 予測したい目的変数 (回転時間) を y、その予測に用いる説明変数を x_1, x_2, \dots, x_p としたとき、 $y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_p x_p + a_0$ の関係式を作成して、y の予測を行う手法を重回帰分析という。</p> <p>15 . 重回帰分析の説明変数の決定方法 (演習資料 28 - 重回帰分析の説明変数決定法) 外径、角度、軸長が他の要因に比べて有効と思われる理由を考える。</p> <p>16 . 重回帰分析の実行と重回帰式 (演習資料 29 - 重回帰分析の実行と重回帰式) (1) 重回帰分析の結果 (2) 重回帰式 外径 X_{10}、角度 X_2、軸長 X_4 とすると、コマの回転時間 Y は $Y = 0.58 X_{10} - 0.19 X_4 - 0.23 X_2 + 18.29$</p> <p>17 . 回転時間を予測する数字モデルの精度の検証 (演習資料 30 - 重回帰分析で求めた回転時間を予測する数学モデルの精度の検証) (1) 8 個のコマの実測値 (2) 予測値と実測値の比較 (3) 数学モデルの精度の検証</p>
課 題	コマの回転時間を予測する重回帰式 (数学モデル) の精度の検証を行い、精度がどの程度か判定せよ。
参 考 文 献	池田 央：行動科学の方法 (東京大学出版) 柳井 晴夫、岩坪 秀一：複雑さに挑む科学 (多変量解析入門) (講談社)

授 業 項 目	7 . 演 習 課 題 3 仮説の検定（問題解決）の演習
目 標	2 者が関係あるかを調べるため、標本の分布は χ^2 分布に従うものとし、帰無仮説の独立性の検定を行なって結論を求める能力を養う。
重 要 用 語	χ^2 分布、自由度、期待度数、有意水準、帰無仮説
内 容 構 成	<p>1 . データの提示（演習資料 31 - データの提示） コンビニエンスストアの 4 週間の商品（3 種）の日々の販売数の一覧表の提示</p> <p>2 . 問題の設定（演習資料 32 - 問題の設定） 「商品（3 種）の販売数は、曜日と関係があるか」について検討する。</p> <p>3 . 仮説検定の説明（演習資料 33 - 仮説検定の説明） （1）仮説検定、帰無仮説 （2）有意水準 仮説のもとで起こる確率がある基準より小さい場合、この仮説を棄却する。この仮説棄却の限界の基準を有意水準という。 （3）独立性の検定 （4）標本分布、χ^2 分布</p> <p>4 . 仮説検定の演習 （1）帰無仮説の検定（演習資料 34 - 帰無仮説の設定と自由度決定の演習） 標本の分布は χ^2 分布に従うものと考え、「各商品の販売数は曜日と独立である」という帰無仮説を設定し、独立性の検定を行う。 （2）自由度の決定（演習資料 35 - 帰無仮説の設定と自由度決定の演習） χ^2 分布の自由度を求めると、自由度は 12 となる。 ここで有意水準を 5 % とすると、自由度 12 の χ^2 分布の有意水準 5 % の点は 21.0261 となる。 （3）χ^2 の値の計算（演習資料 36 - 仮説検定の演習） $\chi^2 = 39.44$ （4）結論（演習資料 36 - 仮説検定の演習） この χ^2 の値は、自由度 12 の χ^2 分布の 5 % の有意水準を超え、5 % 棄却域に含まれているため、仮説は棄却される。</p>
課 題	仮説検定の演習のうち、（3）と（4）は課題として提示し、仮説検定の結論を考察する。
参 考 文 献	池田 央：行動科学の方法（東京大学出版） S・ダイヤモンド、内山守常訳：統計に強くなる（講談社）

(3) 授業モデルの資料

基礎資料 1	情報システムを対象とする問題
目 標	「解決を求める問題」の中で情報システムを対象とする問題の意味を把握させる。

1. 問題発見の基礎知識

(1) 問題とは何か

解決を求める問題

人は個人的にも、社会的にも常に種々の問題に直面している。喫煙の習慣をやめたい、やせたい、職場で昇格したい、新製品の販売がのびないので販売方法を改善したい、などあげたらきりが無い程、人はそれぞれの多くの問題をかかえている。ここで問題として取りあげるものは「これは重要な問題だから、解決しなければならない」という解決の必要がある問題である。

このように解決を求める問題は、大きく見て次の2種類のものがある。

ア．外在世界の事象（事物・現象）の中から生じる疑問による問題

a) 自然の事象の中から生じる疑問による問題

b) 情報システムの事象の中から生じる疑問による問題

イ．内的な自己の思考の中から生じる疑問による問題

情報システムを対象とする問題

自然科学における問題の解決の場合には、自然の事象を対象として問題を設定する。ここでは、情報科学の立場から、解決すべき問題を取りあげるのだから、情報システムの事象を対象とする問題がここでの問題である。ここで情報システムとは何かを明確にする必要がある。

通常、情報システムというと、組織体において情報処理をするコンピュータシステム、情報通信システムをイメージとして描く。しかしながら、情報システムはコンピュータが出現する以前から、人間社会には存在していた。このことから、情報システムは、組織体の活動に必要な情報の収集・処理・伝達・蓄積・利用に係わる仕組みであり、組織体の目的達成を支援する仕組みと広義にとらえる必要がある。いいかえれば、コンピュータを中心とした機械的システムと人間の組織的活動の人的システムが一体化したものだといえる。情報システムは、人間活動の社会的なシステムであって、コンピュータシステムを利用することが条件となっているわけではないのである。

こういっても、情報システムに対する認識が高まったのは、コンピュータシステムの出現によって情報処理の多様化・迅速化・大規模化、情報通信ネットワークシステムの高度化が出現されたからであることも事実である。

現在の企業等の組織体における情報システムとしては、例えば、銀行のオンラインシステム、電力の需要の変動に応じた発電量の制御の電力ネットワークシステム、交通管制システム、鉄道や航空機の座席予約システム、製造業の生産拠点、営業拠点などを情報ネットワークで結び、各地の需要と製品の在庫状況、生産状況などの情報流通をリアルタイムに行い、生産計画策定や経営の意思決定などを効果的に行うシステムなど多くのものがあり、情報システムによって、空間的距離と時間を超越した情報の授受と情報の高速で的確な処理を行っている。このように人間をとり巻く社会環境は、種々の社会組織、企業、生産機構、交通機関、通信機関、行政機構など、どれも機械的システムと人的システムが一体化した情報の収集・処理・伝達・蓄積・利用に係わる広義の情報システムと見ることができる。

つまり、このように広義にとらえた情報システムの中から生じる疑問による問題が、ここでいう問題である。

もう一つの内的な自己の思考の中から生じる疑問による問題とは、食事の量を減らしたい、出費を減らしたい、意中の人と結婚したい、駅に近いマンションをさがしたい、というような生活上の悩み事から発生するような問題である。このような問題は、人間であるなら年齢、職業、地位、性別を問わず、誰でも問題に直面しその解決に取り組んでいる。ここではこのような各人が持つ多種多様多元的で個人的な問題は取り扱わない。

すでに述べたように、ここでの問題とは、広義の情報システムの中から生じる疑問であって、その内容は無秩序性、曖昧性、不確実性といわれるものである。



基礎資料 2	問題発見の手法
目 標	問題発見には一連の手順、問題発見の手法があることを理解させる。

(2) 問題発見とは

問題発見というと、広いグラウンドに落ちたコンタクトレンズをさがすように、暗中模索して見つけ出す状態をイメージするかもしれない。問題発見はそういうものではない。最初は対象となる情報システムの「具合が悪い」「もっと良くならないか」「この点は疑問に思う」という漠然とした状態の問題意識の芽生えからはじまる。このように曖昧な状態の問題意識を、問題の実体を明確に把握して問題として形造ることが「問題発見」である。

問題の実体を明確に把握するためには、問題意識という曖昧な状態の中から、真の問題は何かを明確に把握しなければならない。ここで真の問題の把握といったのは、表面的に見えている問題は、全体から見るとごく一部で、もっと大きい真の問題は、表面的に見えている問題の影に隠れていることが多いため、真の問題の把握は簡単なことではないからである。

真の問題が認識できれば、問題がどのようなひろがりを持ち、どのような要素が組み合わさっているかという問題の全体像の認識が可能となる。

このような真の問題および問題の全体像は、すぐ把握できるものではない。問題発見の過程で一步一步自分でその形を造りあげるものである。問題発見の思考の進展に伴って、問題の全体像を様々な角度からとらえ直し、その形は造り直しが行われる。論理的な思考に伴って順次その姿を明確に現すという単純なものではない。

(3) 問題発見の手法

真の問題や問題の全体像をとらえるための手法は確立されているわけではないが、やみくもに問題発見に取り組むのでは、科学とはいえない。ここでは情報科学における問題発見に取り組むのであるから、問題発見の構造を明確にし、問題発見の手法とその手順を構造に従って決めることにする。

まず、問題意識から出発し、システムの問題の状況を把握することが問題発見の第一歩となる。

次は把握した問題状況を明確に表現して記述し、さらにそれを分析する。その結果、問題状況をモデル化し、最後に問題として構成するのである。

問題発見の手法を一連の手順として示すと次の通りである。

問題状況の把握 問題状況の表現 問題状況の分析 モデル化 問題構成

基礎資料 3	問題状況の把握
目 標	問題発見の手法として、問題状況の具体的方法を理解させる。

2．問題発見の手法

(1) 問題状況の把握

問題状況の把握のためには、各種の調査を行う。調査を状況の認識のために行うといっても、どのような状況をどのように認識すべきかを考えて調査を企画するのであって、やみくもに調査を行うわけではない。調査の結果、新しい問題状況を発見できた場合、最初からそれをねらって調査の企画を立てた結果の成果である場合が多い。

問題状況の把握のために、データを収集する方法を次に列挙する。どの方法を用いるかは問題状況によって異なる。

問題状況に関係する資料を収集する。

問題状況に関係する事項をデータベースから検索する。

問題状況に関して熟知する人がいれば、インタビュー調査をする。

問題状況の関係者に対する質問紙調査をする。

問題状況の関係者に対するヒアリング調査をする。

問題状況の関係者によるブレインストーミングをする。

問題状況を客観的に観察し、記録する。

問題状況の環境に入りこんで試してみる。(アクションリサーチ)

基礎資料 4	問題状況の表現と分析
目 標	問題発見の手法として、認識した問題状況の表現、問題状況の分析の具体的方法を理解させる。

(2) 問題状況の表現

問題状況を明確に認識するという内在必為は、それを具体的に表現して記述することによって外在必為となる。問題状況を明確に認識したら、言語や象徴、たとえば、文章、図解、グラフ、数式などによって明確に表現して、はじめて問題状況を把握したといえることができる。自分で問題の状況を明確に認識したと信じていても、それが言語や象徴で明確に表現されていなければ、問題という形に構成していくことはできない。

問題状況の表現は、文章だけでなく、図解やグラフを併用することによって、状況のわかりやすさを促進させる効果がある。よく使われる図解に次のようなものがある。

データフローダイアグラム：データとプロセスの関係を時間軸に関係なく示す。

実体関連図：データ同士の関連を静的に示す。

実体履歴図：データの動的な見方、すなわち、データへの介入による変化状態を示す。

状況を表現する文章は次の文を基本にすると、情報処理の手順を引き出しやすくなる。

処理対象のデータを A、そのプロセスを B、C とすると、

A が B されている。

A が B する。

A を B するために、C を行う。

(3) 問題状況の分析の手法

問題状況が明確に文章や図解などで表現されたなら、その問題状況を分析する。問題状況の分析とは、問題状況の論理構造を分析することである。どんな問題状況にでも論理的な構造がある。

論理構造の分析とは、問題状況を構成する本質的要素を抽出し、その要素間の関連付けを行うことであるから、問題状況の分析の手法は次の通りである。

問題状況を構成する本質的要素を抽出する。

問題状況を構成する本質的要素の抽出のためには、要素と思われるものを列挙し、それを分類する方法を用いるのが一般的手法である。

問題状況を構成する本質的要素の特質を明確化する。

問題状況を構成する本質的要素が抽出されたら、構成要素間の相互関係を把握するために、各要素の関係をグラフ構造的に図解すると、その全体像を明確にするのに役立つ。

基礎資料 5	モデルの特性
目 標	問題発見の手法としてのモデル化に関連して、モデルの特性について理解させる。

(4) モデル化

モデルを考える場面

問題状況を分析する過程または分析の結果、どのような問題として構成するか結論を導くにあたって、思考手段の一つとしてモデルを構築すると、イメージをまとめるのに役立つ。

一般にモデルは種々の場面で、思考手段の一つとして構築するものである。

モデルを考える場面の主なものを列挙すると、次の通りである。

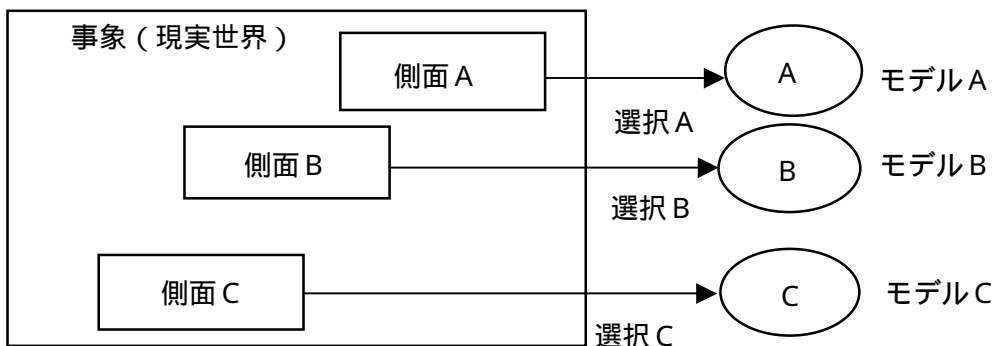
- ア．調査計画を設計する場面
- イ．得られた結果を推論、解釈、説明する場面

モデルの特性

モデルは、ある事象を簡潔に説明するために、関連する多くの個別事象を包括的にまとめ、一つのまとまったイメージを与えるようなシステムである。

モデルは、問題の核心となる特定面のみを抽出して明確化する。そのために、問題の対象とならない他の側面は捨象してつくる。事象のどの側面を明確化するかによって、モデルは変わってくる。事象の全ての側面を説明するモデルはありえない。これから、モデルは本物とイコールなものではない。問題の対象とする側面と別の側面に焦点をあてて、モデルの可否を議論してもその議論は的はずれなものとなる。

A 事象（現実世界）からのモデルの構築を図1に示す。



(図1) モデル構築

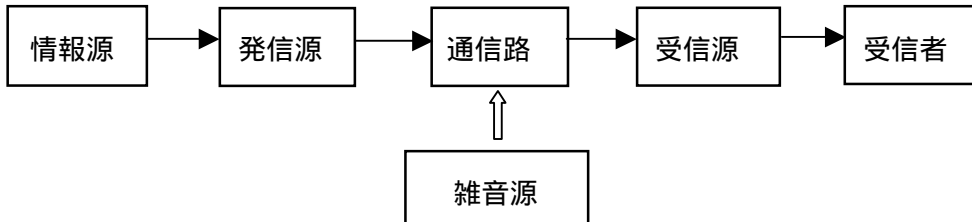
どの側面に焦点を当てるかによって、モデルはいくつも作り得る。

モデル表現は、焦点を当てた側面を浮きぼりにし、他の側面の特徴は消去する。

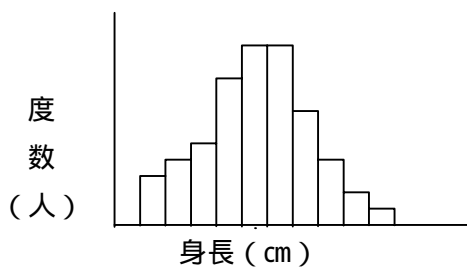
基礎資料 6	モデルの種類
目 標	問題発見の手法としてのモデル化に関連して、モデルの種類について理解させる。

モデルの種類

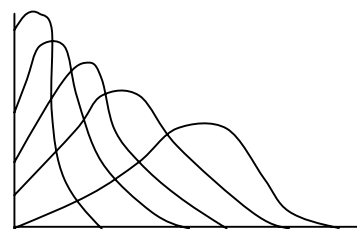
ア．図的モデル



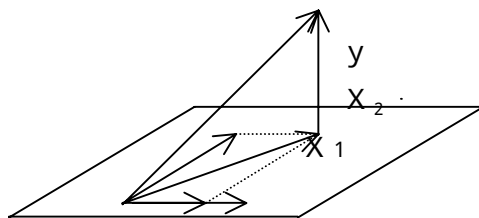
(図 2) 一般のコミュニケーションモデル (Shannon and Weaver 1949)



(図 3) ヒストグラム (身長分布)



(図 4) ポアソン分布



X_1 と X_2 でつくる平面

(図 5) 2つのベクトル X_1 と X_2 から第3のベクトル y の重回帰予測

図的モデルの例の中で、図 2 は概念的なものであり、図 3 と図 4 は定量的グラフであり、図 5 は幾何学的グラフである。これらの図は、本体そのものは、形がなく抽象的なものでわかりにくいため、本体の持つ性質の中の一部の面を再現して図解したもので直感的理解が容易になる利点がある。また、図的モデルは、2次元または3次元に表現しなければならないので、複雑な表現ができない。無理に複雑なものを表現しようとすると、かえってわかりにくくなる。その複雑なものを単純化しようとすると誤解を生じる危険性がある。

イ．言語モデル

言語モデルは、術語や文章による説明の形をとるため、非常に幅広い自由度と適用性を持ち、複雑な記述ができる利点がある。それに対して、用語が一義的に決まらず、種々の意味を持つため、送り手と受け手の意味のとり方が違って、一義的なコミュニケーションがむずかしく、正しい情報伝達がなされない危険性がある。このような言語の曖昧性のために、言語モデルは科学モデルとして不的確とされ、科学モデルには数学モデルが使用されるようになった。

ウ．数学モデル

数学モデルは、現象の記述に数式を用いるものである。このモデルは最も抽象度が高く、情報理論的にいって、正確度の高い通信手段であるが、冗長度が小さく、一般の人には理解しにくいモデルである。

数学モデルの中に時系列変数が含まれていれば、その中に具体的数値をあてはめると、将来の状態を予測することができる。科学の目的の一つに将来の予測可能性があることから、これは極めて重要である。

例えば、「人の性格 P は、遺伝 H と環境 E の相乗作用によって決まる」といって、 $P = H \times E$ と表しても、これは数学モデルではない。数学的表現を借りた言語モデルである。このようなモデルは、言語モデルから出発して数学モデルを構成していくときに経る過程である。数学モデルといえるためには、関係式やパラメータの値を実験・観察等をもとにして求める必要がある。



基礎資料 7	問題構成の方法
目 標	問題発見の手法として、問題構成の具体的方法を理解させる。

(5) 問題構成

問題状況を構成する本質的要素を抽出し、構成要素間の相互関連を明確にし、問題の核心となる側面を抽出してモデルを構築すると、これによって、問題が明確化される。さらに、問題は文章表現をする必要がある。問題の文章は、明確で論理の筋が通るように表現する必要がある。次に、「明確」、「論理の筋道が通る」ということについて述べる。

明確とは

「文章が明確」とは、その内容が正確であることと、内容が明瞭であることの二つの要素を含んでいる。ここで「内容が正確である」とは、その表現が正確であることとともに、学問的誤りがないことの意味である。「内容が明瞭である」とは、内容の理解が容易であることの意味である。「理解容易」ということと「平易」ということは同一とは限らない。平易に表現されていても、内容が学問的に曖昧な場合には、その内容を理解させることはむずかしい。このような場合には、理解容易とはいえない。すなわち、平易でも曖昧でいろいろな意味に解釈できるような場合には、明瞭であるとはいえないのである。つまり、「明瞭である」といえるためには、一つの意味に限定されること、いいかえれば一義性を保つことが必要である。

「正確」とは、誤りや矛盾のないことである。しかしながら、「正確」を学問的に正しいことといい切れぬ場合もある。学問的に正しいからといって専門家でなくては理解できない表現を使っても、その内容は伝えられない。「正確」の意味で重要なことは誤りのないことである。一般に事柄の成り立つ条件は、人の理解力によって加減することができる。その条件を厳密にすると煩雑になって理解しにくくなるので、対象とする人の理解力に応じて、理解できる程度の条件下で、誤りなく表現すればよい。

また、わかりやすく説明しようとする、いきおい文が長くなる。文の長さは短い方がよい。長文であるというだけで難解な文になるといわれている。

さらに、文の組み立てを単純にすることも重要である。複雑な組み立ての構文はわかりにくい。複雑な構文になりがちな場合には、それをいくつかの単純な組み立ての文に変換する。

論理の筋が通る構成

「論理の筋が通る」とは、文章全体の大きな流れとして、重要な部分の欠落がないようにして、全体的に流れの論理に飛躍がないようにすること。また、各部分ごとにみても、論理に矛盾がないことである。内容の論理性を全体構成の面からみると、話題の展開に論理的矛盾がないとともに、論理に飛躍がないように段階的に一步一步進んでいく「話題展開の論理性」が考えられる。それとともに、全体の流れはいくつもの素材の組み合わせで構成されるから、流れの主題に直接関係ない異質なものを混入しない「流れの構成上の論理性」が考えられる。

この二つの面は考え方の上では分けられるが、実際の構成においては相互に関連する。たとえば、流れの主題に関係ない異質なものが入ると、話題展開の論理的矛盾にもつながるものである。

演習資料 1	問題状況の把握の演習
目 標	具体的課題について問題状況の把握のための調査方法を習得させる。

(1) 問題状況の把握の演習

問題状況の調査方法（データ収集）の演習

[演習課題 1]

A 交差点はよく交通事故が発生し、慢性的交通渋滞地点である。どうしたらよいだろうか。分析すべき項目とその調査方法を考えよ。

< 考察 >

- ア．交通事故頻発の原因を分析するため、過去の事故記録を調べる。
- イ．交通渋滞は交通事故が原因か、他に原因があるのかを分析するため、過去の事故記録と交通渋滞の相関関係を調べる。
- ウ．交通渋滞、交通事故に関して周辺の地理的条件を分析するため、周辺の地形図を調べる。
- エ．交通渋滞、交通事故に関して道路の管理状況を分析するため、道路管理者の意見を聞く。
- オ．交通渋滞に関して信号機と渋滞の状況、道路状況などを観察し、観察データを収集する。
- カ．当該道路を車で走って、自分で混雑状況、道路全般の状況などを調査する。この方法は自分がその中に入りこんで調査し分析するもので、アクションリサーチとよばれている。

[演習課題 2]

スーパーマーケットの A 支店の営業効率を高めるにはどうしたらいいだろうか。分析すべき項目とその調査方法を考えよ。

< 考察 >

対象とするスーパーマーケットは、都心部にあって生鮮野菜・魚、肉類、乳製品、冷凍食品、菓子等の食品を主力商品とし、近くの住民が日々買い物にくる大規模店の中では、比較的小規模の店舗とする。調査方法と分析項目は次の通り。

ア．スーパーマーケットに買い物客として入り、次の項目について観察調査をする。

a) 商品

品ぞろえの豊富さ 店内の商品配置の工夫 客寄せのための目玉商品の有無、その効果

b) 客の流れ

店内の客の流れ具合

イ．スーパーマーケットの店長に、次の項目についてヒヤリング調査する。

次の項目は、支店で自由に変更できるのか、本店からの指示によらなければ変更できないのか。

品ぞろえ 商品配置 客寄せの目玉商品

演習資料 2	問題状況のしぼり込み
目 標	具体的課題について問題状況の調査結果による問題状況のしぼり込みを修得させる。

調査結果による問題状況のしぼり込み

ア．店長に対するヒヤリングの結果、次の事項が明確になった。

a) 品ぞろえ、c) 客寄せの目玉商品については、本店の指示によって決まり、支店で自由に変更することはできない。

b) 商品配置は、本店から派遣された専門家が月 1 回きて、その際に話し合いで決める。

商品配置は大きくみて、客の流れに沿う配置と、同種の商品の中で、何を手前に置き何を奥に置くかという商品の特性を考慮した配置の 2 つのものがある。このうち客の流れに沿って、入口の近くに果物を置き、その次に野菜を置くというような商品ブロックごとの位置は、変更すると客がとまどうので原則として変更しない。同種の商品の中の相対的位置関係は、売り上げ高を考慮して、月 1 回専門家と協議する。

以上の店長に対するヒヤリング調査の結果をまとめると次の通りである。

商品の種類・価格・配置については、店長に対するヒヤリングによって、支店で独自に変更できないことがわかったため、ア、イ、ウの各項目は固定要素とし、問題状況を変える要素から除く。

イ．買い物客として入ったの観察調査の結果、次の事項が明確になった。

a) 店内の客の大きな流れに逆らうことによって起こる客の交差は、店内の混雑を招くほどのものではないので、問題状況を変える要素として取りあげない。

b) 買い物を終った客はカウンターで勘定を支払う。買い物を終った客の数に比べてカウンターの数は少ないから、カウンターには待ち行列ができる。カウンターの数が少なく、待ちが長くなり過ぎると客の評判は悪くなり、逆にカウンターの数が多すぎると、待ち行列はできない。これは客にとって都合はよいが、スーパーマーケットの効率は悪くなる。いつ行っても待ち行列ができていないと、客にも「はやらない店」という印象を与えかねない。このような考察から、カウンター数は、問題状況を変える要素といえる。店内の客の数が決まるとカウンターの数によって待ち行列の長さがきまる。

カウンターでの客 1 人の売り上げ代金は、品ぞろえや客寄せの目玉商品など商品の種類や各によって決まる。ここで商品の種類・価格・配置については固定要素となっていて支店で決められないため、客 1 人の売り上げ代金は問題状況を変える要素としない。

c) 買い物かごは、来客が 1 つずつ持って店内に入る。店内に入ったとき、備え付けの

買い物かごが1つもなければ客は帰ってしまう。買い物かごは店内にいる客の最大値よりも相当数多く備え置く必要がある。この買い物かごも問題状況を変える要素である。

- d) 買わないで帰る客は、店内にいる客の一定割合の範囲内であればよいが、その数が多すぎる場合には原因を調査し対策を立てる必要がある。この場合にはその数が異常値でないものとして、これは問題状況を変える要素として取りあげない。



演習資料3	問題状況の表現の演習
目 標	具体的課題について問題状況の表現を修得させる。

以下、[演習課題2]のスーパーマーケットの事例によって、問題発見の手順の各項目(問題状況の表現、分析、モデル化、問題構成)について検討する。

(2) 問題状況の表現の演習

(問1) 調査結果に基づいて問題状況をしぼりこんだ結果から、問題状況のポイントを簡潔に記述せよ。

<考察>

調査結果から問題状況をしぼり込むと問題状況のポイントは次の通りである。

スーパーマーケットのA支店の営業効率を高めるための要素は、客の数に応じ得る買い物かごの数と、カウンターの数といえる。買い物かごは、店内の最大客数の1.2~1.3倍は必要である。カウンターの数は待ち行列の限界の長さによって決める。

(問2) スーパーマーケットの営業効率を高めるためのしぼりこんだ問題状況を文章で明確に表現せよ。

<考察>

「スーパーマーケットに一定時間に来る客の数を予測し、それらの客が店内にいる間、客の数に応じてゆとりのあるかごの数および、カウンターの待ち行列は限界の長さを越えないようにして、カウンターサービスが良好と考えられるカウンターの数について調べる」

演習資料 4	問題状況の分析 - 構成要素の抽出
目 標	具体的課題について問題状況の分析の中の構成要素の抽出を演習する。

(3) 問題状況の分析の演習

問題状況の構成要素の抽出の演習

(問) スーパーマーケットの問題状況を構成する要素を抽出せよ。

< 考察 >

スーパーマーケットの問題を構成する要素は、次の三つである。

ア．買い物客

イ．買い物かご

ウ．勘定用カウンター

スーパーマーケットの構成要素の特質の演習

(問 1) 買い物客はどんな特質を持つ構成要素か。

< 考察 >

買い物客は店内の各売場を通り、カウンターで勘定するという流れで、スーパーマーケットというシステムの中を動く要素である。

(問 2) 買い物かごは、どんな特質を持つ構成要素か。

< 考察 >

スーパーマーケットに来た客は、かごを持って店内を歩くので、かごは動く要素のように思える。しかしながら、よく考えると、かごを持って店内を移動しなくてもよい。かごは動くことが本質的要件ではない。そのため、かごは動かない要素と考えることにする。たとえば、かごが全部で 100 個あるとすると、買い物客 100 人が同時に使うことができる機器と同様に考えるのである。いいかえると、100 台の自動車を駐車できる駐車場と同様に考える。

(問 3) カウンターはどんな特質を持つ構成要素か。

< 考察 >

カウンターが 5 個ある場合、容量 5 台の駐車場と考えることもできる。しかしながら、それぞれのカウンターには独立の待ち行列ができるために、それぞれのカウンターは、客が同時に 1 人しか使うことができない要素と考えるのが妥当である。

(問 4) 以上をまとめて、三つの要素の特質を書け。

< 考察 >

買い物客

動く要素

買い物かご

その数の客が同時に使える動かない要素

カウンター

客が同時に 1 人しか使えない動かない要素

演習資料 5	問題状況の分析 - 要素間の関連
目 標	具体的課題について、問題状況の分析の中の問題を構成する要素間の関連を考察させる。

問題を構成する要素間の関連の演習

構成要素間の関連は、買い物客という動く要素の流れる道筋をたどって考える。

買い物客と買い物かごとの関係は、かごを常設してある店の入口附近での客の流れからわかる。買い物客とカウンターとの関係は、カウンター附近での客の流れからわかる。

(問1) 客とかごの関連(入口附近の客の流れ)を記述せよ。

<考察>

適正なかごの数は、主として客の到着間隔、買い物時間、来店した客の人数に関係する。

店の入口での客の流れは、客Aが店内に入ってかごととると、その何秒かあとに客Bが、つづいてC、D、...と徐々に客が来店する可能性がある。このような店への客の到着状況を示すのが到着間隔である。次に、店内へ入った客は、かごの有無によって、店内を巡回するか、帰るかがきまるので、かごの有無の確認が必要である。

(問2) 客とカウンターの関連(カウンター附近の客の流れ)を記述せよ。

<考察>

適正なカウンターの数は、待ち行列の長さによって判断できる。待ち行列の長さは、主として客の到着間隔、買い物時間、来店した客の人数、買い物をした客の比率に関係する。

買い物客が店内をどのような径路をたどるかは問題にならない。これは買い物時間という概念の中に含まれていると考えてよい。

カウンターへは客が次々に到着し、前の客が勘定をしているときには、カウンターへの客の到着間隔は一定ではなく、ランダムである。勘定に要する時間もまちまちである。このようにカウンターでの客の流れは不確定なため、確率過程としてとらえる。

(問3) 2つのカウンターがある場合の客のカウンターの選び方をきめよ。

<考察>

ア. 客がカウンターにきたとき

空いているカウンターがあれば、それを選ぶ

両方とも空いていれば、等確率でどちらかを選ぶ

イ. カウンターに待ち行列ができているとき

行列の短い方を選ぶ

同条件のときには、等確率でどちらかを選ぶ

ただし、一度選んだら、途中で条件が変わってもカウンターを変更しない。

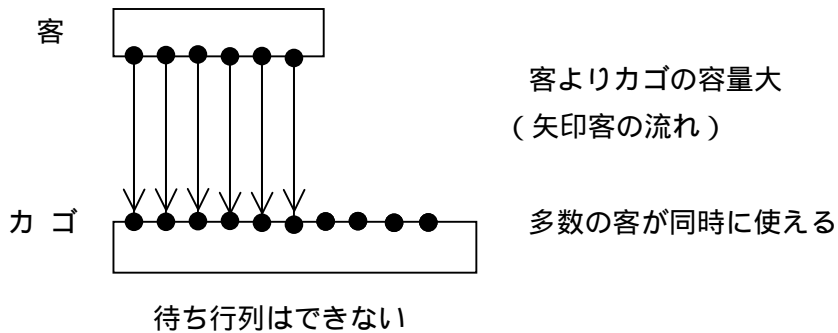
演習資料6	モデル化の演習 - 要素間の関連図
目 標	具体的課題について、モデル化のうち構成要素間の関連図を作成させる。

(4) モデル化の演習

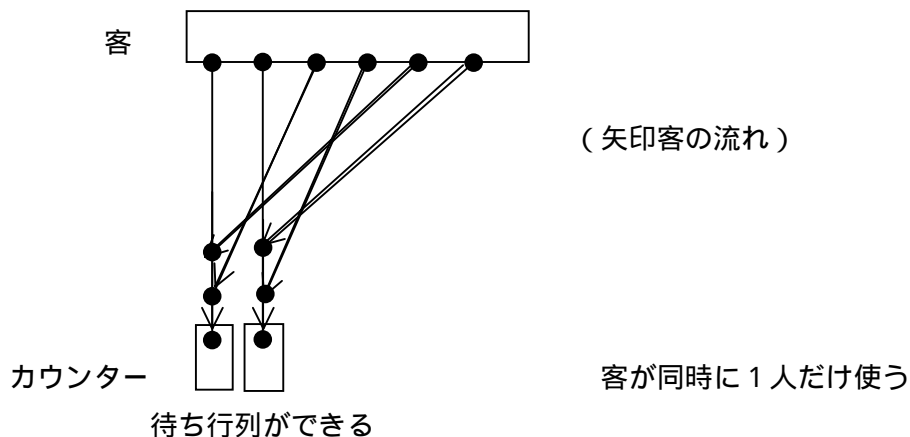
構成要素間の関連図

構成要素間の関連は、前述の検討のように、「客とカゴの関連」と「客とカウンターの関連」を示す図として、別々に記述する。これらの関連図を作る場合には、三つの要素の特質によって作成する。

(問1) 客とカゴの関連図を書け



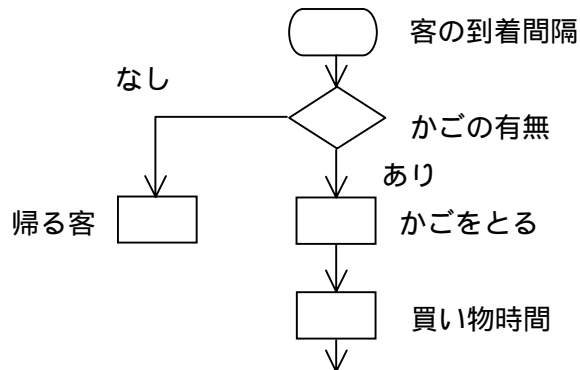
(問2) 客とカウンターの関連図を書け



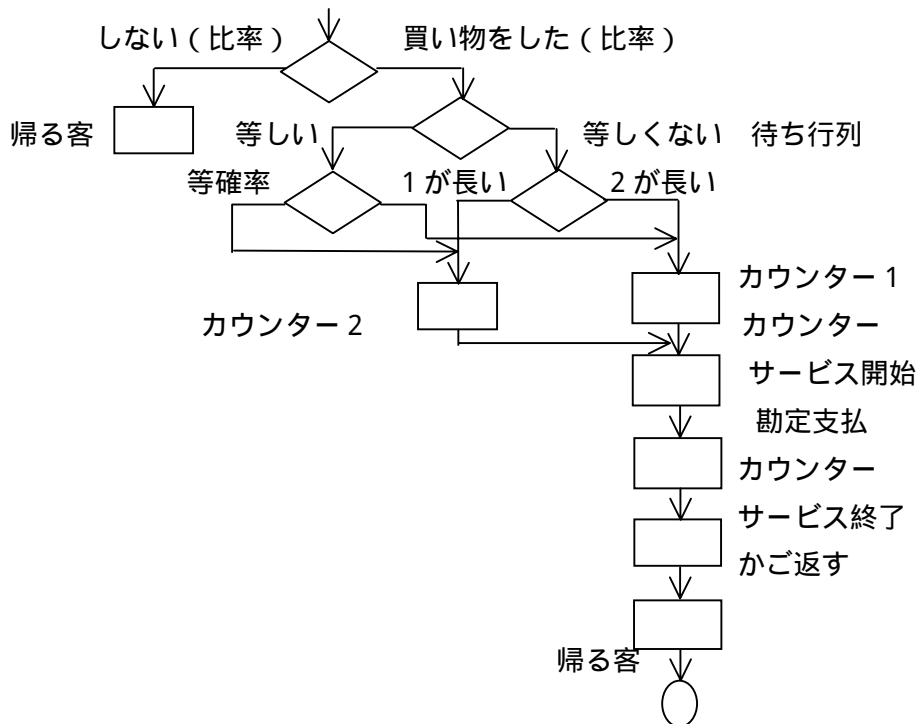
演習資料7	モデル化の演習 - フローチャート
目 標	具体的課題について、モデル化のうち客と関連する要素との関連を、客の流れのフローチャートで示す演習を行う。

構成要素間の関連を示すフローチャート

ア．客が来店したときのカゴに関連した客の流れをフローチャートで示せ



イ．買い物を終ったあとのカウンターに関連した客の流れをフローチャートで示せ



演習資料 8	問題の構成の演習
目 標	具体的課題について、問題構成を演習する。

(5) 問題の構成の演習

問題構成に必要なデータ

具体的な問題として設定する場合には、問題解決をどのような手法で行うかによって、構成する問題の様式が変わる。ここでは待ち行列のシミュレーションによって、スーパーマーケットというシステムの効率を上げるための手法をさぐることにする。このようなシミュレーションを行うためには、店内の客の行動に関する次のようなデータを収集する必要がある。データは次の通り。

買い物客の到着間隔： (10 ± 5) 秒

かごの総数：100

買い物時間： (600 ± 300) 秒

買い物をした客：80%、しない客 20%

カウンターの数：2

勘定に必要な時間： (40 ± 20) 秒

シミュレーション開始時の店内にいた客：60 人

これらの客の買い物時間： (300 ± 300) 秒

客 2,000 人が立ち去るまでのシミュレーションを行う。

スーパーマーケットの具体的な問題構成例

< 問題 >

スーパーマーケット A 支店に来た買い物客は、備えつけのかごを 1 つずつ持って店内に入る。かごは総数 100 個用意されている。かごがないと客は店内に入らない。買い物客は、 (10 ± 5) 秒間隔（ある客が来て、次の客がくるまでの間隔が 5 秒、10 秒、15 秒のどれかを等確率にとる）で到着し、 (600 ± 300) 秒店内にいる。買い物をした客（全体の 80%）は、2 つあるカウンターのいずれかで勘定をすませて店外に出る。勘定に必要な時間は、 (40 ± 20) 秒である。買い物をしない 20% の客は店外に出る。どのカウンターで勘定を払うかは、買い物客がカウンターに来た時点で、空いているカウンターがあればそれを選ぶ。両方とも空いていれば、等確率でどちらか選ぶ。どちらかが使われて待ち行列ができていれば、有利な方を選ぶ。同条件の場合は、等確率でどちらかを選ぶ。一度選んだら途中で条件が変わってもカウンターを変更することはない。

シミュレーション開始時点で、店内に 60 人の客が入っていた。これらの客が買い物に費やす残り時間は (300 ± 300) 秒である。

このスーパーマーケットに来店した 2,000 人の客が店外に出るまでのシミュレーションを行い、かごの数が適当かどうか、カウンターの数からみて、サービスは充分かどうかを調べる。

シミュレーションは試行錯誤を繰り返して、システムの効率を上げる手法である。例えばカウンターを三つにしたらどうなるか。カウンターのサービス時間をもう少し短くすると、サービスの状況がどれ位改善されるかなどについても検討せよ。

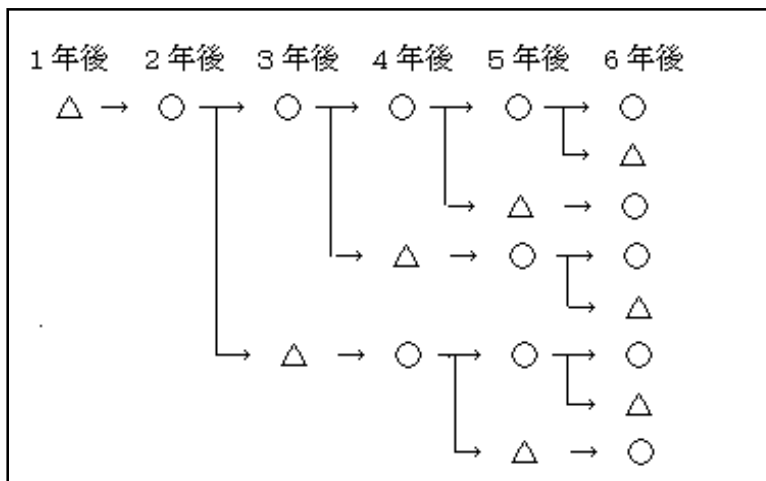
演習資料 9	アルゴリズムと流れ図
目 標	問題を解決するためのアルゴリズムを文章に記述すること及び流れ図で示すことを習得させる。

植物の株分け問題

ある植物は株分けして2年経つと、以後毎年株を分割できるという。2年経った株を毎年株分けするならば、この植物の株はどのように増えるか。問題を解決するアルゴリズムを考え、流れ図で示せ。

< 解説 >

この問題を分析すると、例えば図1のように示すことができる。



(図 1) 株の増え方

図1の △ は株分けできない子、 ○ は株分けできる親を示している。株が図1のように増えるとき、このアルゴリズムは次のように展開できる。

この植物が、 n 年目に t_k 株になったとすると、株数は $t_1 = 1$ 、 $t_2 = 1$ 、 $t_3 = 2$ 、 $t_4 = 3$ 、 $t_5 = 5$ 、 $t_6 = 8$ 、...の数列で表すことができる。したがって、この数列は、

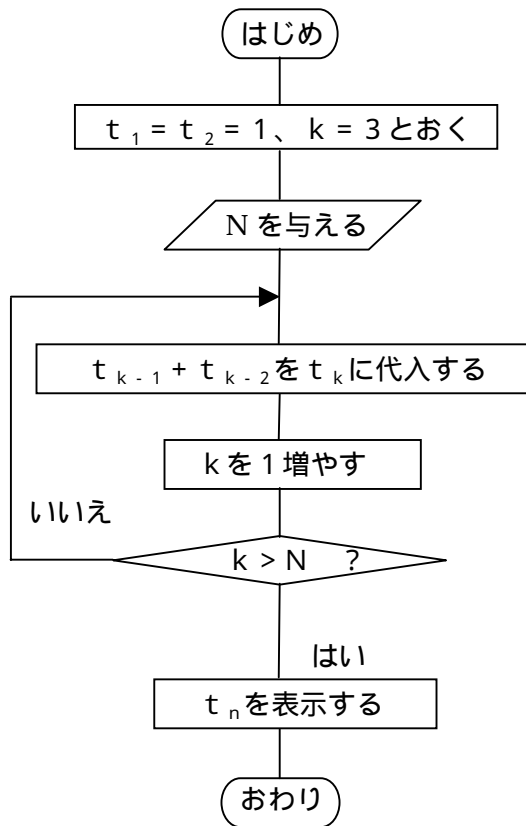
$$t_1 = 1$$

$$t_2 = 1$$

$$t_k = t_{k-1} + t_{k-2}$$

の条件で定義される。ここで、添字の k は3から n まで変化する。

N 年目の株数を求めるアルゴリズムは図2の流れ図で示すことができる。



(図 2) 株分け問題の流れ図

[発展問題]

- (1) この問題はフィボナッチ数列の各項を求めるアルゴリズムの応用である。流れ図を参照して 10 年後の株数を求めよ。
- (2) 0 年後を $t_0 = 0$ とおいたとき、数列の条件と流れ図はどのように変わるか。
- (3) 1 年後から 10 年後まで、毎年後の株数を表示するアルゴリズムを示せ。

会場の使用量を最小にする問題

メイン会場の使用料は一括 5 万円である。参加者の控え室が必要であるが、100 人収容できる部屋が 3 つ、60 人収容できる部屋が 5 つ、30 人収容できる部屋が 5 つ空いており、予約可能であるという。それぞれの使用料は 100 人部屋が 1.8 万円、60 人部屋が 1.2 万円、30 人部屋が 0.7 万円であるという。参加者数に合わせて使用料が最も安くなるように計画する方法を考えよう。問題を展望する流れ図を書き、流れ図の各分野について、その詳細を文章のアルゴリズムを示せ。

< 解説 >

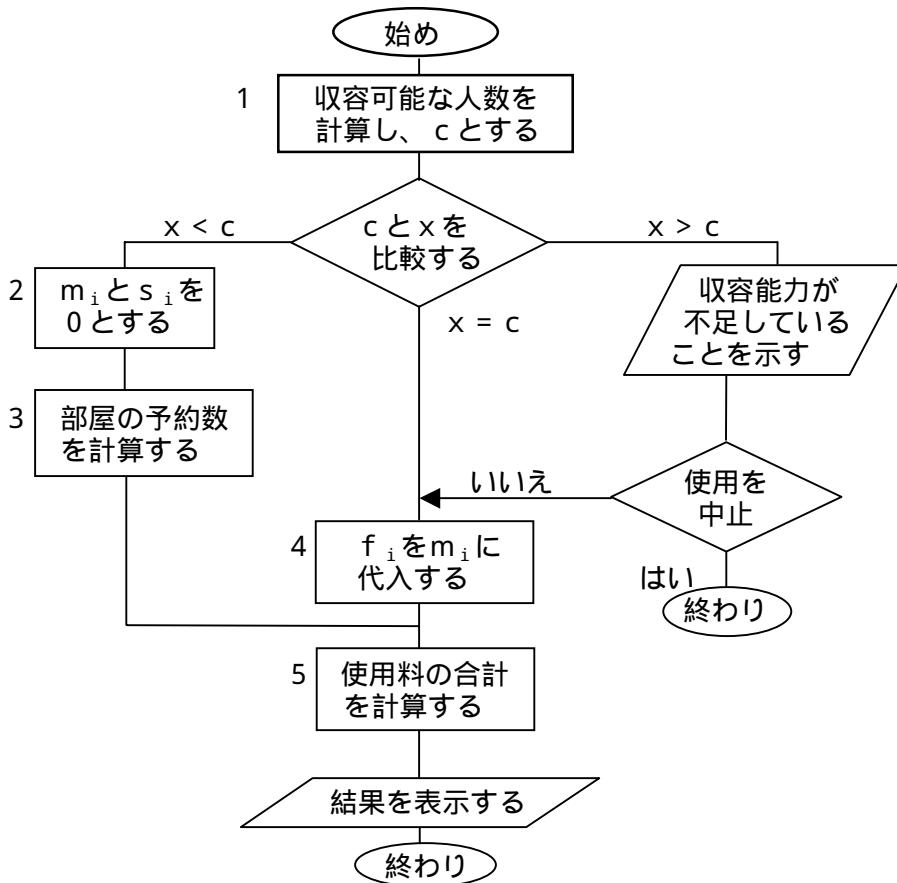
これは、参加者数を与えて次の表を完成する問題と考えられる。

表1 使用料

部屋の種類	収容人数	部屋の数	使用料単価 (千円)	予約数	使用料 (千円)
100	100	3	18		
60	60	5	12		
30	30	5	7		
メイン会場	-	1	50	1	50
合計		-	-	-	

一般化するために、参加者数を x 、部屋の種類を k 、収容人数を n_i 、空部屋の数を f_i 、使用料の単価を p_i 、予約数を m_i 、使用料を s_i とおいて、問題を解決するアルゴリズムを示すことにする。このとき、添字の i は 1、2、3... k と変化する。

(この問ではメイン会場が k 番目の部屋に相当する)



(図 2) 流れ図 (問題の展望)

図2の1枠から5枠の詳細を文章のアルゴリズムで示すと、以下のようになる。

< 1枠のアルゴリズム >

- ステップ1 : $c = 0$ とおく
- ステップ2 : $i = 1$ とする
- ステップ3 : $c + n_i f_i$ を c に代入する
- ステップ4 : $i + 1$ を i に代入する
- ステップ5 : $i < k$ ならば、ステップ3へ
- ステップ6 : 終わり

< 2枠のアルゴリズム >

- ステップ1 : $i = 1$ とする
- ステップ2 : m_i に0を代入する
- ステップ3 : s_i に0を代入する
- ステップ4 : $i + 1$ を i に代入する
- ステップ5 : $i < k$ ならば、ステップ2へ
- ステップ6 : 終わり

< 3枠のアルゴリズム >

- ステップ1 : x 、 k 、 n_i 、 f_i 、 p_i を与える
- ステップ2 : $i = 1$ とし、 x を y に代入する
- ステップ3 : $y \div n_i$ の商を m_i に代入する
- ステップ4 : $y \div n_i$ の剰余を r に代入する
- ステップ5 : $m_i - f_i$ を t に代入する
- ステップ6 : $t > 0$ ならば、 f_i を m_i に代入し、 $n_i \times t$ を r に加算してステップ10へ
- ステップ7 : $t = 0$ ならばステップ10へ
- ステップ8 : $i = k - 1$ ならばステップ12へ
- ステップ9 : $r > n_{i+1}$ ならば、 m_i に1を加算して使用料の合計計算へ
- ステップ10 : $r = 0$ ならば使用料の合計計算へ
- ステップ11 : $i < k$ ならば、 i を1増やし、 r を y に代入してステップ3へ
- ステップ12 : $r > 0$ ならば m_i に1を加算して使用料の合計計算へ、 $r = 0$ ならばそのまま使用料の合計計算へ

< 4枠のアルゴリズム >

- ステップ1 : $i = 1$ とする
- ステップ2 : f_i を m_i に代入する

ステップ3 : $i + 1$ を i に代入する
ステップ4 : $i < k$ ならば、ステップ2へ
ステップ5 : 終わり

<5 枠のアルゴリズム>

ステップ1 : $i = 1$ とする
ステップ2 : $m_i \times p_i$ を s_i に代入する
ステップ3 : $i = 1$ を i に代入する
ステップ4 : $i < k$ ならば、ステップ2へ
ステップ5 : $SUM = 0$ とする
ステップ6 : $i = 1$ とする
ステップ7 : $SUM + s_i$ を SUM に代入する
ステップ8 : $i + 1$ を i に代入する
ステップ9 : $i < k + 1$ ならば、ステップ7へ
ステップ10 : 結果を表示して終了

[発展問題]

- (1) 1 枠から 5 枠のアルゴリズムを流れ図で示せ。
- (2) 表1でメイン会場を1番目においたとき、アルゴリズムはどのように変わるか。
- (3) 部屋の構成を変え、会議室使用予約の事例としてアルゴリズムを考えよ。
- (4) メイン会場を必要としない催し物の会場予約を考えよ。

演習資料 10	問題構造のモデル化
目 標	問題の構造を表すモデルとして要因関連図を書き、問題の条件や内容が明確になったら、そのモデルの修正の必要性があることを演習によって認識させる。

ブレインストーミングの実施

ア．スタンド・コーヒーの店のデータを見せる

- ・ある年の4月の毎日の売上高（データ1）
- ・ある年の4月第1週の時間帯ごとの来客数、売上高（データ2）

（留意事項）

ここでは、データ1のはじめにある店の状況の説明と、売上高などのデータ1、2を見せるだけで、データの分析はしない。数字を眺めるだけでは何も掴み難いことを知るだけでよい。

イ．この客の来客数、売上高に影響する要因にはどんなものがあるかを考えさせて、ブレインストーミングで要因を列挙させる。

ブレインストーミングでは基本的に次のように進める。

- a) 声の大きさではなく誰もが発言するように、着席の順に思いついた要因を一つずつあげさせる。
- b) あげられる要因の質よりも量を尊重し、連鎖反応的にアイデアが出てくることを期待する。
- c) 他人の意見を否定する発言は禁止する。

（留意事項）

- a) あげられた要因を、ボードに単純に羅列しておくか、大きめのポストイットにサインペンで1枚に1項目ずつ書いてボードに貼っていく。
- b) この段階では、要因を列挙するだけにとどめておく。

ブレインストーミングの結果を要因関連図にする。

ブレインストーミングの結果の整理の仕方をどうしたらよいかを考えさせ、関連のある要因をまとめて風船でくくり、その風船にラベルをつけたり、風船の間に関連があれば選で結んだりして、関連図を書かせる、あるいはそれを描くように導いていく。

データ1からグラフを書く。

- ア．データ1をいくつかのグラフで表現させて、データから何かを読みとる工夫をさせるために、Excelのワークシート上のデータから、グラフを書く方法の指導あるいは確認。
- イ．データ1から、時系列グラフを書かせる。これで、1月内の変化あるいは傾向と、

週ごとの周期性を読み取らせる。

ウ．次に横軸には曜日を取って週ごとの折れ線グラフを書かせる。

(留意事項)

- a) データ1からどんなグラフを書くかは、教師がどういうグラフを作るかを指定するのではなく、まず学生に工夫させたい。
- b) 上の2つあるいはその他のグラフを書かせて具体的な要因を認識させた上で、ブレインストーミングをするのもひとつの進め方。要因関連図を書いてからグラフを書かせるのも一法。

データを(グラフを書いて)読む

データ2からグラフを書かせる。

(留意事項)

- a) 数値データは、そのままでは何も読めない。グラフを、しかもいろいろ工夫していくつかのグラフを書いてみて違った情報が得られることを知る。ひとつのデータから1枚のグラフを書いただけで満足しないこと。
- b) 毎日の1時間ごとの売上高あるいは客数のグラフを別々にまたは重ねて書く。

要因関連図の修正

具体的な問題があると、それまでに書いた要因関連図は修正の必要があることを認識させて、修正させるために次のような指導を行う。

ア．データ1を見ると4月の第1週はあとの週とは異なる様子を示している。他の週と異なるのはなぜかを考えよう。

イ．向こう1週間に雇うアルバイトの数や時間帯を決めたい。このためにはどんな要因を考えねばならないか。

ウ．月間の仕入れやアルバイトの雇用計画を検討したい。このためにはどんな要因が影響するか。

(留意事項)

モデルは1度作ったら放っておいたのでは役に立たない。この場合は問題の構造を表すモデルとして要因関連図を書いたのであるから、問題の条件や内容がかわったら、モデルも修正していかないといけない。都心からは電車で1時間ほど離れた首都圏内の郊外都市にあるスタンドと小さいテーブルがいくつかあるコーヒーショップを取り上げる。都内や近郊都市に展開しているコーヒー・ショップのチェーンの店で、駅の改札を出てからからは徒歩2分のところで、そこまでは商店街が続き、オフィスビルもある。さらに5、6分歩くとマンションが立ち並び、そこまでは小さい公園もある。以下はこの店のこのコーヒー店の199X年4月の売上げのデータである。

データ1は、毎日の売上高を1月分示したものの。

データ2はその最初の週の毎日の1時間ごと来店の客数と売上高を示したものである。

データ1：199X年4月の売上高

4月X日	売上高(千円)	4月X日	売上高(千円)
1	202	16	250
2	223	17	255
3	217	18	240
4	238	19	264
5	246	20	136
6	210	21	103
7	180	22	255
8	224	23	243
9	265	24	261
10	247	25	243
11	250	26	276
12	271	27	145
13	162	28	107
14	105	29	232
15	249	30	273

データ2 199X年4月第1週 時間大別客数売上高(データ1の第1週分)

	4/1 Mon.		4/2 Tue.		4/3 Wed.		4/4 Thu.		4/5 Fri.		4/6 Sat.		4/7 Sun.	
時間帯	客数	売上高	客数	売上高	客数	売上高	客数	売上高	客数	売上高	客数	売上高	客数	売上高
7:00	78	24,840	54	17,445	66	21,690	52	16,770	60	18,705	16	6,555		
8:00	84	24,030	108	31,410	100	28,200	99	26,805	100	28,102	43	17,025	27	8,640
9:00	45	12,030	64	20,460	46	11,910	63	18,630	73	18,825	45	13,110	45	18,075
10:00	33	12,180	30	8,070	34	10,995	43	12,495	27	8,370	21	7,095	37	13,110
11:00	30	8,940	19	11,865	39	10,590	36	12,345	34	12,765	31	12,735	30	14,685
12:00	69	20,040	99	32,460	91	30,390	87	27,660	108	32,070	52	17,730	45	20,925
13:00	46	12,840	57	16,470	40	11,940	60	23,775	51	13,185	39	16,440	43	18,840
14:00	49	22,425	42	13,785	37	10,950	60	18,180	67	21,540	45	14,685	34	15,120
15:00	52	22,755	43	11,040	58	17,415	61	15,855	51	16,995	49	15,615	34	13,785
16:00	36	13,455	40	14,880	40	15,585	39	10,050	48	14,820	66	27,270	43	15,075
17:00	37	10,845	37	11,265	43	13,320	42	12,855	36	15,555	25	14,235	20	10,400
18:00	25	8,820	39	11,670	37	10,755	37	13,050	49	16,155	21	13,305	9	2,700
19:00	22	8,610	22	7,920	30	6,435	24	9,420	19	9,135	21	5,265	3	2,400
20:00			15	5,460	22	8,925	25	9,105	37	11,925	37	14,115	9	2,925
21:00			15	6,885	18	6,165	19	5,820	21	6,075	25	8,910	31	16,380
22:00			6	2,370	4	2,115	16	5,280	6	1,965	12	2,385	13	7,395
23:00											1	2,520		
	606	201,810	690	223,455	705	217,380	763	238,095	787	246,187	549	208,995	423	180,455

人 円

表1 1999X年4月の毎日の売上高

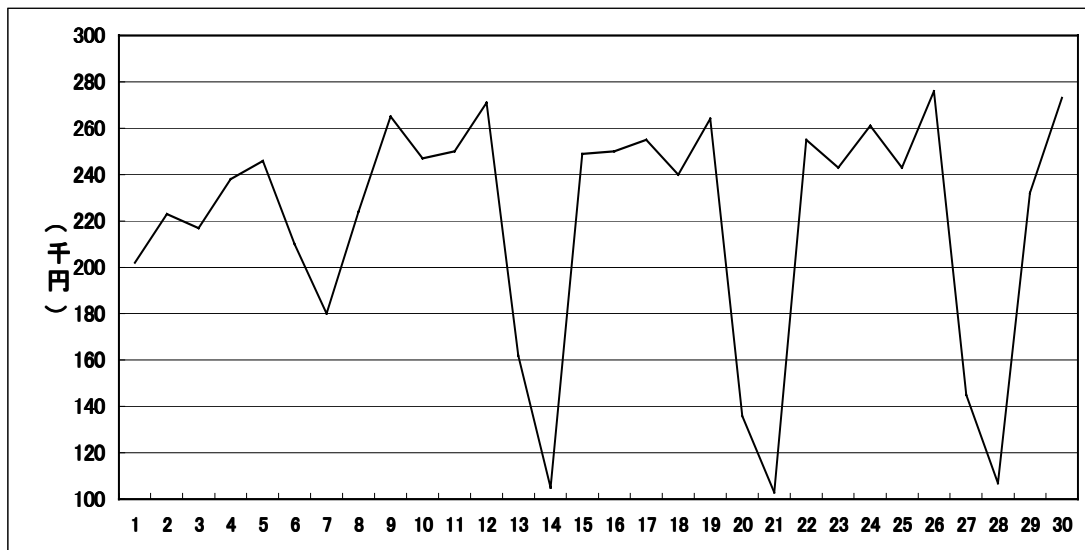
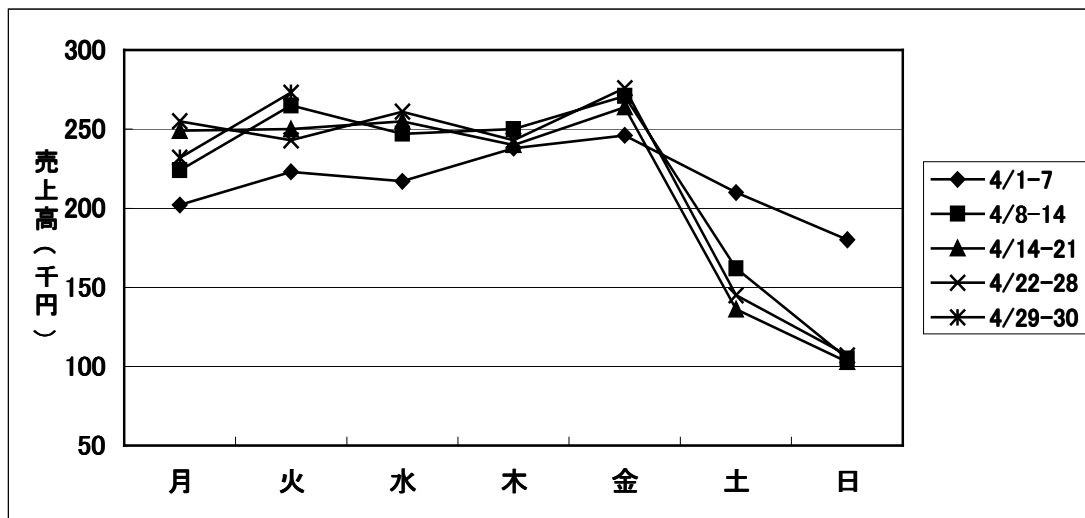


表2 1999X年4月の毎週の売上高



基礎資料 8	2つの変数間の関係 - 2つの変数の関係を示す直線
目 標	散布図の各点をぬって引いた直線の意味を正確に把握させる。

1. 2つの変数の間の関係

(1) 散布図の示すもの

2つの変数の関係として、消費支出(Y)実収入(X)との関係を見ると、表1の通りである。

消費支出をY軸、実収入をX軸にとって、2つの変数の散布図を書くと、図1の通りである。

散布図は、消費支出と実収入の関係を見るのに適している。各点の配列は右上りの直線的傾向がみられるため、各点をぬって直線を引くと、この直線は、消費支出と実収入との関係を示すものといえる。

(2) 2つの変数の関係を示す直線

この直線は単に各点をぬって引くという任意の方法でなく、一定の基準に従って引く。

表 1

月	実収入(X)消費支出(Y)	
	(万円)	(万円)
1	38	35
2	36	34
3	35	32
4	37	33
5	39	34
6	41	35
7	43	37
8	42	38
9	40	36
10	39	36

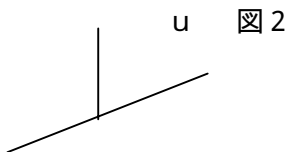
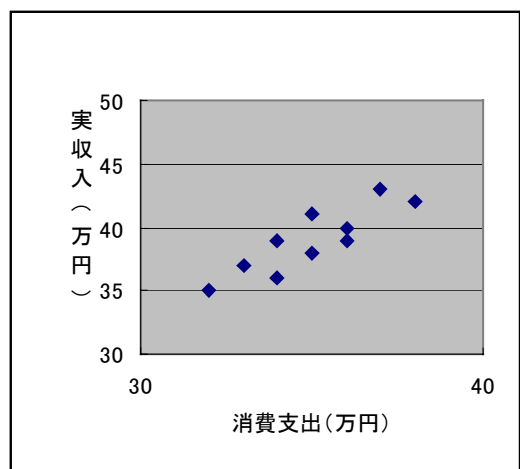


図2のように、この直線上からの散らばりの値を残差 u とよぶと、この直線は、残差 $u = [Y - (a + bX)]$ の2乗の緩和を最小にする直線ときめられている。このように決められた直線を回帰線という。これからこの回帰線を求めるには、残差 u の2乗の緩和 $u^2 = [Y - (a + bX)]^2$ を、最小にする直線を求めればよい。

図 1 散布図



直線を求めるには、一般に、直線の式の a と b を求める必要がある。この a 、 b は、

$$\begin{cases} Y = n a + b X \\ X Y = a X + b X^2 \end{cases}$$

という連立方程式を解いて得られる。

この連立方程式は、正規方程式とよばれ、 $Y = a + b X$ という直線（回帰線）を引こうとするとき、残差 u の 2 乗総和 $u^2 = [Y - (a + b X)]^2$ を最小にする a と b を求めるためのものである。いいかえれば、正規方程式は、散布図に最小 2 乗法を用いて a 、 b を求め、直線（回帰線）をあてはめるための方程式である。

[正規方程式の求め方]

$$u^2 = [Y - (a + b X)]^2 \quad \min.$$

とする a と b をみつけるには、 $u^2 = [Y - (a + b X)]^2$ を a と b で偏微分し、

$$\frac{\partial \sum u^2}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial \sum u^2}{\partial b} = 0 \quad \text{を求める。}$$

$u = Y - (a + b X)$ であるから、

$$\frac{\partial \sum u^2}{\partial a} = \frac{\partial u^2}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial a} = -2 u = 0$$

$$\frac{\partial \sum u^2}{\partial b} = \frac{\partial u^2}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial b} = -2 u X = 0$$

整理すると、

$$[Y - (a + b X)] = 0 \quad \dots (1)$$

$$\{[Y - (a + b X)] \cdot X\} = 0 \quad \dots (2)$$

(2) は

$$[X Y - (a X + b X^2)] = 0 \quad \dots (3)$$

(1) と (3) を整理して、各項に をつけると、正規方程式ができる。

(注) はじめに a で偏微分するとき、 a の係数が 1 なので、そのまますぐに を各項につける。次に b で偏微分するとき、 b の係数が X なので、 X を掛けてから を各項につける。

基礎資料 9	2つの変数間の関係 - 2つの変数の関係を示す直線の式
目 標	散布図に引かれた直線（回帰線）の方程式の求め方を理解させる。

(3) 2つの変数の関係を示す直線の式の求め方

消費支出と実収入の散布図に引かれた直線（回帰線）の式を次に求める。そのためには、正規方程式の中の Y 、 X 、 XY 、 X^2 の各値を求める必要がある。

この計算結果は、表2の通りである。

月	X	Y	XY	X ²
1	38	35	1,330	1,444
2	36	34	1,224	1,296
3	35	32	1,120	1,225
4	37	33	1,221	1,369
5	39	34	1,326	1,521
6	41	35	1,435	1,681
7	43	37	1,591	1,849
8	42	38	1,596	1,764
9	40	36	1,440	1,600
10	39	36	1,404	1,521
	390	350	13,687	15,270

$$n = 10$$

$$X = 390$$

$$Y = 350$$

$$XY = 13,687$$

$$X^2 = 15,270$$

これらの値を正規方程式に代入すると、

$$350 = 10a + 390b$$

$$13,687 = 390a + 15,270b$$

$$\text{これから } a = 10.95 \quad b = 0.617 \quad \left(= \frac{37}{60} \right)$$

求める回帰線の方程式は

$$Y = 10.95 + 0.617X$$

この式から、実収入がわかれば消費支出は推測できることがわかる。すなわち、消費支出は実収入で説明されることを示している。

この場合、消費支出を目的変数、実収入を説明変数とよぶ。

基礎資料 10	関係を示す直線のまわりの散らばり - 回帰線のまわりの分散
目 標	散布図の回帰線のまわりの散らばり度について理解させる。

2. 関係を示す直線のまわりの散らばり

実収入がわかれば消費支出が推定できる関係式として、次のものを求めた。

$$Y = 10.95 + 0.617X$$

実際のデータはこの回帰線上にのっているわけではなく、回帰線のまわりに散らばっている。そのため、回帰線のまわりの散らばり度を調べて、回帰線の信頼性を測る必要がある。

そのためには、 X が与えられたときの Y の残差の 2 乗の平均を求める。これを S_y^2 で表わし、回帰線のまわりの分散という。

$$S_y^2 = \frac{\sum u^2}{n}$$

$$= \frac{\sum [Y - (a + bX)]^2}{n}$$

S_y^2 の平方根は回帰線のまわりの標準偏差といい、 S_y で表わす。

表 3

月	X	Y	Y_0	$u = Y - Y_0$	$u^2 = (Y - Y_0)^2$
1	38	35	34.38	0.62	0.38
2	36	34	33.15	0.85	0.72
3	35	32	32.53	-0.53	0.28
4	37	33	33.77	-0.77	0.59
5	39	34	35.00	-1.00	1.00
6	41	35	36.23	-1.23	1.51
7	43	37	37.47	-0.47	0.22
8	42	38	36.85	1.15	1.32
9	40	36	35.62	0.38	0.14
10	39	36	35.00	1.00	1.00
	390	350		0	7.16

Y_0 は X の値を回帰方程式に代入して計算

基礎資料 11	回帰線のまわりの分散と平均のまわりの分散との関係
目 標	回帰線のまわりの分散と平均のまわりの分散との関係について理解させる。

3 . 回帰線のまわりの分散 $S y^2$ と平均のまわりの分散 σy^2 の関係

(2 つの散らばり (分散) の関係)

回帰線のまわりの分散 $S y^2$ は、消費支出 Y についての残差から算出された分散である。これには実収入 X の要素が入っている。すなわち、回帰線 $Y = a + b X$ から測った分散だから、

$$S y^2 = \frac{\sum [Y - (a + bX)]^2}{n}$$

平均のまわりの分散 $\sigma^2 y$ は、消費支出の系列について、消費支出 \bar{Y} のまわりの分散である。もしも、実収入 X が変化しても消費 Y が全く変化しなければ、回帰係数 $b = 0$ となり、 $Y = a + b X$ の式は、 $Y = a$ となる。

最小自乗法を使って $Y = a$ からの分散を測るということは、 $Y = \bar{Y}$ から分散を測ることで、これは σy^2 を求めていることである。

$$Y = a \text{ から測った分散 } \sigma y^2 = \frac{\sum (Y - \bar{Y})^2}{n}$$

月	Y	y = Y - \bar{Y}	y ² = (Y - \bar{Y}) ²
1	35	0	0
2	34	- 1	1
3	32	- 3	9
4	33	- 2	4
5	34	- 1	1
6	35	0	0
7	37	2	4
8	38	3	9
9	36	1	1
10	36	1	1
	350	0	30

$$\sigma y^2 = \frac{30}{10} = 3$$

$$\frac{S y^2}{\sigma y^2} = \frac{0.72}{3} = 0.24$$

散布されたすべての点が回帰線上に乗っているわけではないので、 $S y^2 = 0$ とはならない。 $b = 0$ ではないので $S y^2 = \sigma y^2$ とならない。

消費支出 Y が実収入 X ですべて説明されるわけでもなければ、 Y が X では全く説明されないというわけでもない。その中間にある。記号であらわすと次の通りである。

$$0 < S y^2 < \sigma y^2$$

$S y^2$ と σy^2 の関係をすべてまとめると

$$0 < S y^2 < \sigma y^2$$

$$0 < \frac{S y^2}{\sigma y^2} < 1$$

基礎資料 12	2つの変数の関係を示す相関係数 - 相関係数の求め方
目 標	2つの変数の関係を示す相関係数の求め方について理解させる。

4. 2つの変数の関係を示す相関係数 - 相関係数の求め方

(1) 相関係数の求め方

Sy^2 と σy^2 が等しいと $\frac{Sy^2}{\sigma y^2} = 1$ となる。

この場合は消費支出の分散 σy^2 は、実収入Xによってすべて説明される。

$\frac{Sy^2}{\sigma y^2}$ は消費支出Yが実収入Xで説明されない「非説明力」の大きさを表わしていると考えられる。

これから $1 - \frac{Sy^2}{\sigma y^2}$ は消費支出Yが実収入Yによって説明される「説明力」の大きさを表

わしている。

これを「決定係数」といい、 r^2 で表わすと、

$$r^2 = 1 - \frac{Sy^2}{\sigma y^2}$$

消費支出と実収入の例では、決定係数を求めると、

$$r^2 = 1 - 0.24 = 0.76$$

これから、消費支出Yは実収入Xによって76%説明されるといえる。これを逆に見ると、消費支出が実収入で説明されないところが24%ある。すなわち、24%は実収入以外の要素があると考えられる。

決定係数 r^2 の平方根 r を相関係数といい、次のようにあらわす。

$$r = 1 - \sqrt{\frac{Sy^2}{\sigma y^2}}$$

$$r = \sqrt{0.76} = 0.87$$

この計算には、実際の統計処理では使いやすい簡便公式が使われている。特に、コンピュータを使う場合には、ケタ数の増加は問題にならないし、四捨五入などによる計算誤差をできるだけ小さくする方法が優れている。

その場合の簡便公式は

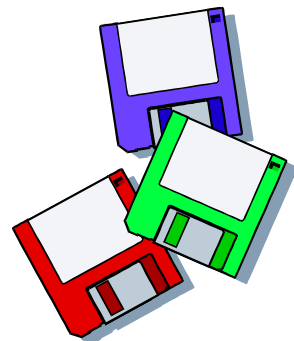
$$r = \frac{n \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[n \sum X^2 - (\sum X)^2][n \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

表 5

月	X	Y	X Y	X ²	Y ²
1	38	35	1,330	1,444	1,225
2	36	34	1,224	1,296	1,156
3	35	32	1,120	1,225	1,024
4	37	33	1,221	1,369	1,089
5	39	34	1,326	1,521	1,156
6	41	35	1,435	1,681	1,255
7	43	37	1,591	1,849	1,369
8	42	38	1,596	1,764	1,444
9	40	36	1,440	1,600	1,296
10	39	36	1,404	1,521	1,296
	390	350	13,687	15,270	12,280

$$r = \frac{10 \times 13,687 - 390 \times 350}{\sqrt{(10 \times 15,270 - 390^2)(10 \times 12,280 - 350^2)}}$$

$$= \frac{370}{\sqrt{600 \times 300}} = +0.87$$



基礎資料 13	2 変数の関係を示す相関係数 - 相関係数の性質
目 標	相関係数を使う場合に必要その性質について理解させる。

(2) 相関係数の性質

相関関係では、2 変数が関係する方向を示す必要から、相関係数には、プラスかマイナスの符号をつけることになっている。通常はプラスの相関が多いので、プラスの符号は省略する。プラス符号のつく相関を正の相関（または順相関）といい、マイナス符号のつく相関を負の相関（または逆相関）という。どの程度関連があるかを示す目安は次の通りである。

- 1.0 ~ 0.7 かなり強い関連がある
- 0.7 ~ 0.4 かなり関連がある
- 0.4 ~ 0.2 やや関連がある
- 0.2 ~ 0 ~ - 0.2 ほとんど関連がない
- 1.0 ~ - 0.7 かなり強い逆相関がある
- 0.7 ~ - 0.4 かなり逆相関がある
- 0.4 ~ - 0.2 やや逆相関がある

通常、相関係数を求める場合には、データ数が小さいと、計算された相関係数の値が大きくても、そのまま一般化できない。少なくとも 50 ~ 60 のデータ数、理想的には 100 以上のデータ数のあることが望ましい。

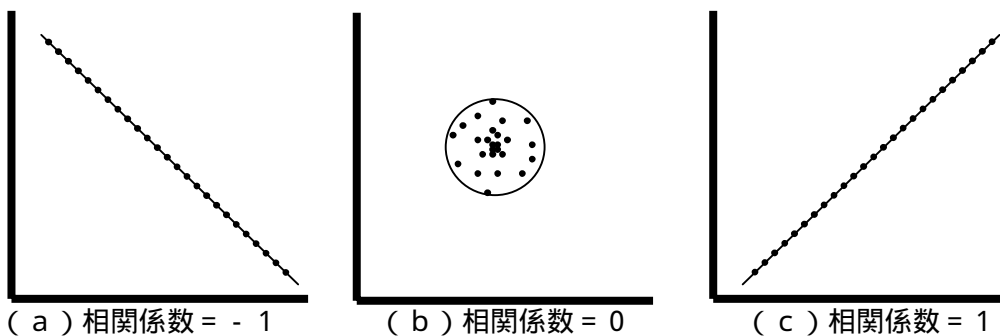


図 3 各種データとその相関係数の関係

基礎資料 14	3つの変数間の関係
目 標	3つの変数またはそれ以上の変数間の関係についての基礎を理解させる。

「消費支出は実収入で説明される」というような2変数についての関係を単純相関という。

変数の数がふえて3変数の関係を考える場合、

$$Z = a + bX + cY$$

という1次の関係が最も単純なものである。

3変数またはそれ以上の変数間の相関を重相関（または多元相関）という。

3変数についての回帰方程式が次式で与えられた場合、

$$Z = a + bX + cY$$

最小自乗法でのパラメータ $Z = a$ 、 b 、 c をきめる正規方程式は、単純相関と同様にして次のようになる。

$$Z = na + b \sum X + c \sum Y$$

$$\sum XZ = a \sum X + b \sum X^2 + c \sum XY$$

$$\sum YZ = a \sum Y + b \sum XY + c \sum Y^2$$

3変数の場合には、空間に浮かぶ平面を形成している。これから回帰方程式は直線ではなく、回帰平面をあらわしていることになる。

回帰平面のまわりの分散 $S^2_{Z|XY}$ は

$$S^2_{Z|XY} = \frac{\sum [Z - (a + bX + cY)]^2}{n}$$

平均 \bar{Z} のまわりの分散 σ_{Z^2} は

$$\sigma_{Z^2} = \frac{\sum (Z - \bar{Z})^2}{n}$$

重相関の相関係数は、単純相関の形式にならって、

$$R_{Z|XY} = \sqrt{1 - \frac{S_{Z|XY}}{\sigma_{Z^2}}}$$

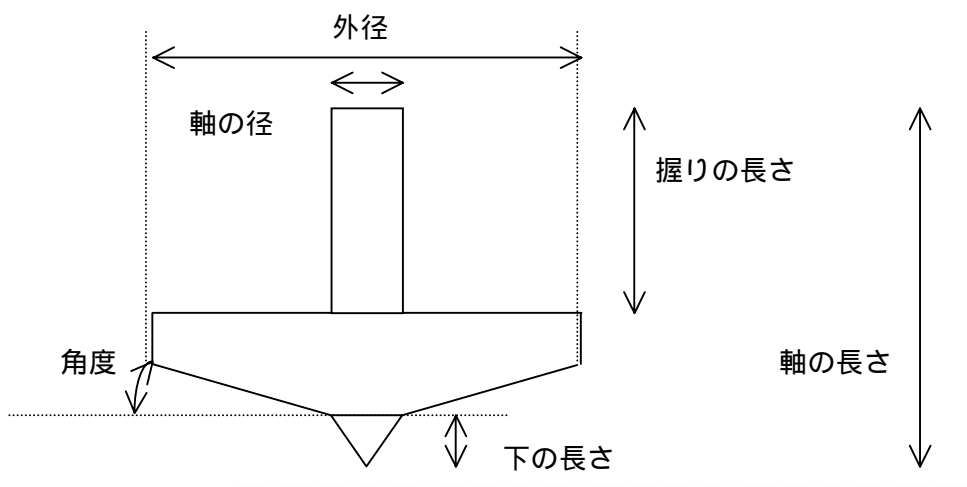
演習資料 11	特性要因図
目 標	コマの回転時間の「特性要因図」を書くことで特性要因図について理解させる。

1. コマの回転時間の「特性要因図」の書き方

市販されている民芸品のコマを 61 個集めた。図 1 の「コマの形状」にあるように、コマには各部分に次のような名称がついている。

角度、軸の径、軸の長さ、握りの長さ、下の長さ、外径

〔コマの形状〕



(図 1) コマの形状

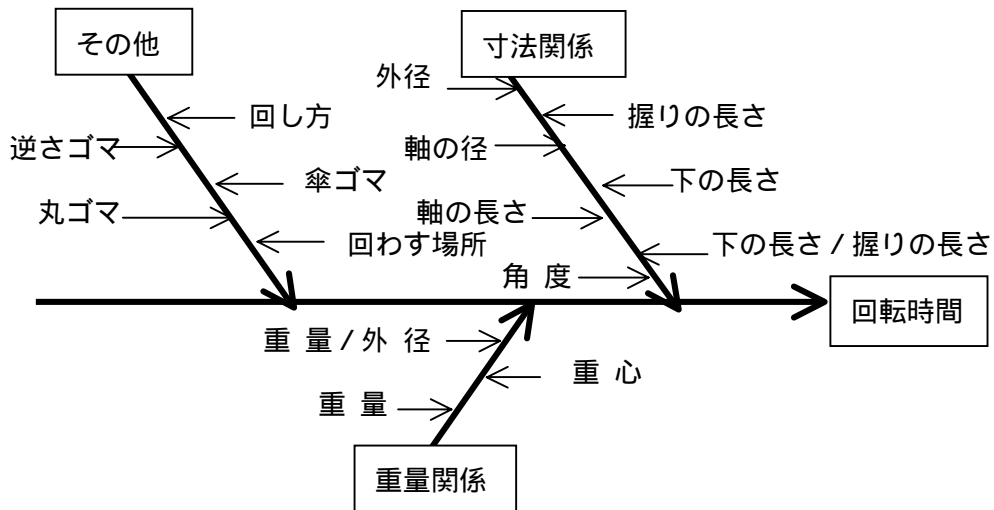
コマを回してみると、長く回り続けるコマと、すぐに止まってしまうコマがある。コマの回転時間に関係する要因は、「コマの形状」に示した 6 つの部分の他に次のようなものが考えられる。

重量、重心、重量 / 外径、下の長さ / 握りの長さ、

回す場所、回し方、コマのタイプ (丸コマ、傘コマ、逆さコマ)

「特性要因図」は、特性 (回転時間) と、それに影響を及ぼす要因との関連を、魚の骨のような形で、体系的にまとめた図をいう。

(問1) 回転時間に関係すると思われる前記15の要因を使って「特性要因図」を書け。



(図2) コマの回転時間に関する要因の「特性要因図」

(問2) 「特性要因図」の「その他」の項目について、回転時間に関する要因として取りあげるかどうかを検討せよ。

< 検討 >

(1) 「回す場所」は、条件がほぼ同一の机の面とすれば、要因からはずすことができる。

(2) 小さいコマは「ひねりゴマ」で指で回し、大きいコマは「もみゴマ」で手でもんで回す。注意深く回す練習をすれば、1つのコマの回転時間のデータのばらつきは、±5%ぐらいになる。これから「回し方」は要因からはずす。

回転時間の測定を一定条件で行うためには、コマが停止したことの判断を一定にする必要がある。

(3) コマのタイプ(丸ゴマ、傘ゴマ、逆ゴマ)は、要因としては取りあげない。

演習資料 12	演習課題
目 標	コマがよく回るための要因を解析させる。

2 . 演習課題の提示

全部で 61 個のコマから、53 個を抜き出した。

1 つ 1 つのコマについて、寸法関係や重量関係の 10 個のデータを測定し、1 つ 1 つ回して回転時間を測定した。データを取る間にコマをとり違えたりしないように、全部仕切りのある箱に入れ、各仕切りごとにコマの番号をつけた。

寸法関係の 7 個のデータと重量関係の 3 個のデータ、合計 10 個のデータはすべて回転時間に関係する要因と考えた。

これらのデータのうち、重心は、コマの側面図で上下の面積が同じになる位置で、軸の下からの長さの全長に対する比によって求めた。

53 個の各コマについて、コマの回転時間（秒）と 10 個のデータの測定結果は、演習資料 13 の表 1 の通りである。

表 1 の Y、X 1、X 2 ……… X 10 は次の通りである。

Y : 回転時間

X 1 : 重心 X 2 : 角度 X 3 : 軸径 X 4 : 軸長 X 5 : 重量

X 6 : 握りの長さ X 7 : 下の長さ X 8 : 下の長さ / 握りの長さ

X 9 : 重量 / 外径 X 10 : 外径

[演習課題]

演習資料 13 の表 1 のデータを使って、コマがよく回る要因を解析し、残りの 8 個のコマについて回る時間の予測をせよ。

演習資料 13	データ
目 標	コマの回転時間と要因のデータを提示し、利用させる。

表1 コマの回転時間 (Y) と要因 (X) のデータ

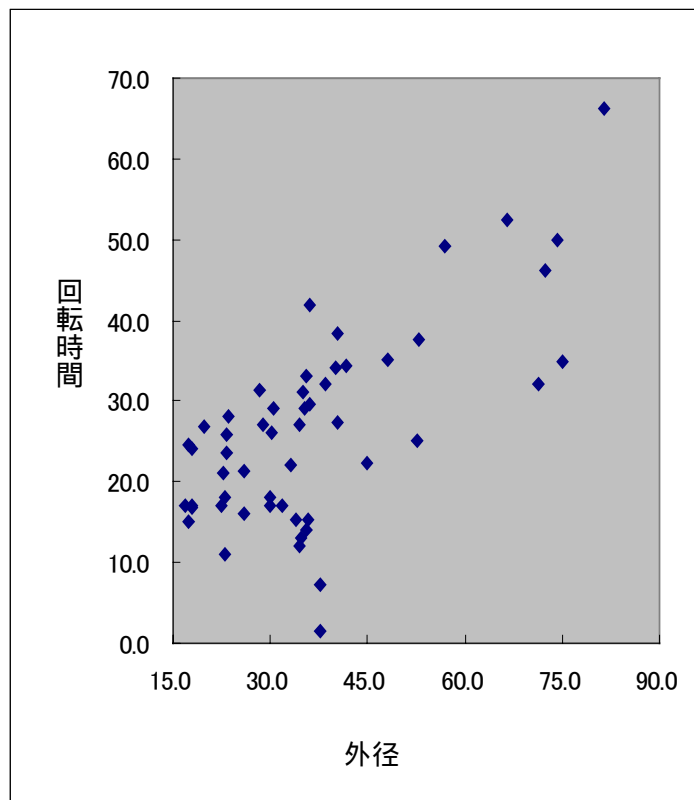
	Y	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀
1	27.0	0.340	27	3.7	47.1	8.2	16.5	0.0	0.001	0.283	29.0
2	21.3	0.391	20	2.5	44.8	8.6	14.3	1.0	0.070	0.331	26.0
3	12.0	0.233	21	3.7	30.1	4.2	15.7	0.3	0.019	0.122	34.5
4	29.0	0.275	14	2.6	25.5	2.1	11.3	2.5	0.221	0.069	30.5
5	26.0	0.882	25	4.4	20.4	3.4	12.7	12.7	1.000	0.113	30.2
6	31.4	0.402	20	3.7	39.8	5.5	17.6	4.8	0.273	0.194	28.3
7	17.0	0.386	25	5.4	41.5	8.5	13.8	2.7	0.196	0.283	30.0
8	17.0	0.325	33	3.8	24.6	0.9	14.0	0.0	0.010	0.053	17.0
9	35.0	0.220	6	10.1	91.1	57.2	60.5	7.0	0.116	0.763	75.0
10	46.2	0.253	8	15.2	86.8	45.0	57.0	6.0	0.105	0.621	72.5
11	18.0	0.336	13	3.0	28.3	1.5	18.7	3.7	0.198	0.050	30.0
12	16.0	0.227	18	2.9	26.4	1.2	16.2	0.5	0.031	0.046	26.0
13	18.0	0.429	45	2.5	32.6	2.8	10.3	0.1	0.010	0.122	23.0
14	17.0	0.389	36	2.6	33.4	3.8	11.8	0.1	0.008	0.169	22.5
15	15.0	0.344	25	2.4	37.8	2.5	12.5	0.1	0.008	0.144	17.4
16	17.0	0.322	25	2.2	32.6	2.4	12.2	0.1	0.008	0.133	18.0
17	24.0	0.345	26	2.2	34.8	2.7	10.0	0.1	0.010	0.150	18.0
18	16.8	0.351	29	2.4	34.2	2.3	7.8	0.1	0.013	0.128	18.0
19	11.0	0.419	35	2.5	33.4	4.3	12.0	0.1	0.008	0.187	23.0
20	21.1	0.372	40	2.3	32.3	3.1	10.0	0.1	0.010	0.136	22.8
21	23.5	0.400	37	2.2	32.5	2.9	10.5	0.1	0.010	0.125	23.2
22	25.9	0.298	20	4.2	28.5	2.3	16.3	0.1	0.006	0.099	23.2
23	28.0	0.370	30	3.2	24.3	2.3	10.4	0.0	0.001	0.098	23.5
24	24.5	0.419	25	2.2	22.7	1.3	8.2	0.0	0.001	0.074	17.5
25	26.8	0.273	16	2.7	18.3	0.7	9.8	0.5	0.051	0.035	19.8
26	49.1	0.282	11	5.6	74.4	25.6	45.3	9.5	0.210	0.451	56.8
27	37.6	0.332	16	8.6	34.6	15.6	16.5	0.0	0.001	0.294	53.0
28	15.3	0.412	26	12.2	53.4	18.0	16.5	0.0	0.001	0.529	34.0
29	35.1	0.230	12	4.3	43.4	13.0	23.2	1.5	0.065	0.270	48.2
30	7.3	0.423	45	5.0	85.1	28.3	28.5	0.0	0.000	0.753	37.6
31	34.3	0.394	25	4.3	35.5	12.7	9.3	0.0	0.001	0.304	41.8
32	22.3	0.269	23	5.7	52.2	22.2	24.5	0.0	0.000	0.493	45.0
33	38.5	0.298	18	3.6	35.2	6.5	16.5	1.5	0.091	0.161	40.3
34	29.0	0.629	30	6.0	44.5	10.6	8.5	15.3	1.800	0.300	35.3
35	34.0	0.273	23	4.3	33	6.4	15.5	0.7	0.045	0.160	40.0
36	27.4	0.245	16	4.6	38.7	6.4	20.5	3.0	0.146	0.158	40.4
37	32.0	0.228	23	5.2	37.2	7.0	22.0	0.1	0.005	0.182	38.5
38	13.0	0.367	36	3.0	42.2	12.6	10.5	0.1	0.010	0.362	34.8
39	31.0	0.221	18	3.3	36.2	3.0	21.0	2.4	0.114	0.086	35.0
40	66.3	0.264	1	8.0		63.3	61.3	21.0	0.343	0.778	81.4
41	32.0	0.283	27	8.2	70.6	52.4	37.0	0.1	0.003	0.736	71.2
42	25.0	0.315	27	7.4	74.5	37.8	32.2	0.1	0.003	0.720	52.5
43	14.0	0.297	15	5.2	30.3	5.5	14.7	2.2	0.150	0.155	35.5
44	1.5	0.450	80	7.2	82.3	31.8	21.2	0.0	0.000	0.844	37.7
45	52.5	0.255	0	7.4	68.5	21.6	45.4	9.2	0.203	0.325	66.5
46	33.2	0.418	0	6.0	23.9	17.9	13.8	6.8	0.493	0.503	35.6
47	15.4	0.526	10	6.4	19	7.4	16.0	2.5	0.156	0.207	35.8
48	17.1	0.392	5	6.0	51	13.8	12.5	4.0	0.320	0.434	31.8
49	42.0	0.309	10	6.3	32.4	6.6	16.0	2.2	0.138	0.183	36.0
50	22.0	0.446	26	8.4	33.6	9.8	11.5	0.0	0.001	0.295	33.2
51	29.5	0.417	45	5.1	34.8	4.7	16.2	0.0	0.001	0.131	36.0
52	50.0	0.278	18	9.7	89.9	29.5	58.0	15.5	0.267	0.397	74.3
53	27.0	0.306	34	7.2	32.7	6.9	14.3	3.0	0.210	0.210	34.4

演習資料 14	散布図
目 標	回転時間と外径の散布図を書くことで、コマの回転について考察させる。

3 . 回転時間と外径の散布図

(問) 演習課題を解決するのに使う表 1 のデータは沢山あって、どこから手をつけてよいかわかりにくい。

一般に「外径」の大きいコマは慣性モーメントが大きいいため、長く回るといわれている。これから「回転時間」と「外径」の散布図を書いて気付いたことを述べよ。



(図 3) 散布図

演習資料 15	散布図の読み方
目 標	回転時間と外径の散布図の読み方を理解させる。

4．散布図の読み方

(1) 散布図を見る視点

散布図（演習資料 14 図 3）を見ると、右上方に 1 点、中央より左寄りの下方に 2 点、他と離れた点が存在する。このように全体の点の分布から離れた点を見つけることが、散布図を見る視点として重要である。

(2) 右上方の 1 点の分析

右上方の 1 点は、40 番のコマで、回転時間は 66.3 秒で最大であり、外径は 81.4mm でこれも最大である。握りの長さも重量も最大で、53 個のコマの中で最も大きい「もみゴマ」で、よく回るコマである。

(3) 左中央よりの下方の 2 点

これらの 2 点は異常値である。これらの異常値は回し損ねによる異常値か、意味ある異常値かを判断する必要がある。回し方については、データのばらつきがごく小さくなるように練習しているので、回し損ねによる異常値ではなく、意味ある異常値である。すなわち、コマのタイプによって極端に早く止まってしまうコマがある。

一つは、回すと上下が逆さになる逆さゴマで、逆さになるときにエネルギーの損失があって早く止まると思われる。もう一つは、からかさ状のコマで細長く不安定ですぐ倒れてしまう。

異常値の処理は、形が特殊であるための意味ある異常値か、あるいは測定ミスによるもので、削除するか否かがきまる。意味ある異常値は原則として削除しない。このように散布図を書くと、異常値がよくわかる。

予測するコマの中に、これらのコマがない場合には、二つの異常値は除いた方がよいかもしれない。ここでは予測するコマにも存在の可能性を考えて、異常値は削除しない。

演習資料 16	コマの回転時間に関連を持つ要因を調べる演習
目 標	コマの回転時間の各要因間の相関係数を求め、相関係数の大きい理由について考察する。

5 . コマの回転時間に関連を持つ要因を調べる演習

回転時間と外径の散布図をみると「大きいコマほどよく回る」といえそうである。はたして、そう単純にいえるのか、いろいろ解析してみよう。

(問) コマの回転時間に関連を持つと思われる 10 個の要因のうち、どの要因が大きい関連を持つかを調べるため、回転時間 Y と 10 個の要因 ($X_1 X_2 \dots X_{10}$) の相関係数、 X_1 と他の要因の相関係数というように各要因間の相関係数を求め、相関行列を表示せよ。

表 2 相関行列

(相関行列)

	Y	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}
Y	1.0000										
X_1	-0.3031	1.0000									
X_2	<u>-0.5973</u>	0.3341	1.0000								
X_3	0.4031	-0.0920	-0.2423	1.0000							
X_4	0.1282	-0.1869	0.1082	0.5829	1.0000						
X_5	0.4556	-0.2120	-0.1780	0.7181	0.6525	1.0000					
X_6	<u>0.6453</u>	-0.3887	-0.3718	0.6675	0.6510	0.8505	1.0000				
X_7	<u>0.6388</u>	0.1828	-0.4268	0.3750	0.1433	0.4622	0.5916	1.0000			
X_8	0.1976	0.5588	-0.1689	0.1137	-0.0537	0.0349	0.0034	0.6970	1.0000		
X_9	0.1920	-0.0540	0.0323	0.6732	0.7190	0.9134	0.6535	0.2967	0.0274	1.0000	
X_{10}	<u>0.6971</u>	-0.3228	-0.3933	0.7488	0.5946	<u>0.8690</u>	<u>0.9010</u>	0.5712	0.0989	0.6929	1.0000

X_1 重心、 X_2 角度、 X_3 軸径、 X_4 軸長、 X_5 重量、 X_6 握りの長さ、 X_7 下の長さ、

X_8 下の長さ / 握り長さ、 X_9 重量 / 外径、 X_{10} 外径

(回転時間と相関係数の大きい要因)

表 2 で回転時間 Y と正の相関係数及び負の相関係数の大きいものにアンダーラインを引いてある。正の相関係数最大は「外径」で 0.6971 である。外径の大きいコマは慣性モーメントが大きいために、長く回ることになる。この他、「握りの長さ」0.6453、「下の長さ」0.6388 が相関係数は大きい理由はよくわからない。

また、「角度」は負の相関が大きい。これから角度は小さい方が安定して回るといえる。

演習資料 17	回転時間と外径の散布図から回帰線を求める演習
目 標	回転時間と外径の散布図の回帰線を求めるために単回帰分析を行う。

6. 回転時間と外径の散布図の回帰線を求める演習

目的変数の回転時間 Y と相関係数の大きい外径 (X_{10})、握りの長さ (X_6)、下の長さ (X_7) を、それぞれ説明変数としてとりあげる。

回転時間 Y を目的変数とし、外径 X_{10} を説明変数として、すでに演習資料 4 で書いた散布図の回帰線を求めると、これが外径から回転時間を予測する関係式 (数学モデル) である。このように、2 つの変数の間の関係式を作成することによって、目的変数の予測を行う手法を単回帰分析という。

(問 1) 回転時間 (Y) を目的変数とし、外径 (X_{10}) を説明変数として、単回帰分析を実行し、残りの 8 個のコマの各々について、外径から回転時間を予測する関係式を作成せよ。

(1) 回転時間と外径の単回帰分析の実行

表 3 概要の表

回帰統計	
重相関 R	0.69712
重決定 R ²	0.48597
補正 R ²	0.4759
標準誤差	8.82885
観測数	53

表 4 分散分析表

	自由度	変動	分散	観測された分散比	有意F
回帰	1	3758.44	3758.44	48.2169273	6.7E-09
残差	51	3975.38	77.9486		
合計	52	7733.82			

	係数	標準誤差	t	P-値	下限 95%	上限 95%	下限 95.0%	上限 95.0%
切片	7.25561	3.00874	2.41151	0.01952541	1.21533	13.2959	1.21533	13.2959
X値1	0.52194	0.07517	6.94384	6.6763E-09	0.37104	0.67285	0.37104	0.67285

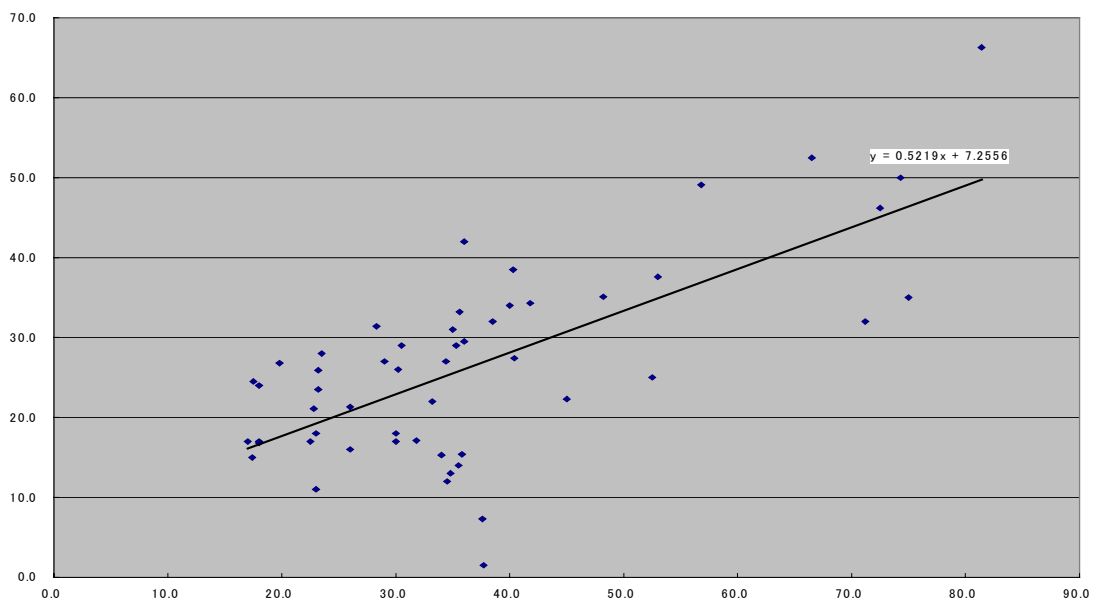
演習資料 18	外径から回転時間を予測する回帰線の方程式
目 標	関係式を作成し、外径から回転時間を予測させる。

(2) 外径から回転時間を予測する回帰線の方程式

外径を X_{10} とすると、回転時間 Y は

$$Y = 0.522 X_{10} + 7.256$$

単回帰分析によるこの関係式（回帰線の方程式）は、残りの 8 個のコマの回転時間を外径から予測する数学モデルだといえる。



(図 4) 回転時間と外径の回帰線

演習資料 19	外径による回転時間の予測値と実測値の比較
目 標	外径による回転時間の予測値と実測値を比較する。

(3) 外径による回転時間の予測値と実測値の比較

(問 2) 残り 8 個のコマについて、回転時間と外径の回帰線の方程式から、外径による回転時間の予測値を求め、1 つ 1 つのコマを回わして回転時間を実測し、予測値と実測値を比較せよ。

表 5 コマの実測値

Y	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀	
1	46	0.258	7	7.0	75.7	42.3	45.7	11.3	0.247	0.592	71.4
2	30	0.221	21	4.1	56.6	12.5	25.6	1.6	0.620	0.267	46.8
3	39	0.168	7	3.6	47.9	8.8	32.5	3.3	0.110	0.203	43.2
4	36	0.222	12	4.4	27.0	6.3	14.8	0.1	0.000	0.152	41.1
5	25	0.402	43	4.5	32.5	8.5	11.5	2.0	0.173	0.242	35.0
6	19	0.246	10	36.0	24.4	4.2	11.7	3.1	0.264	0.135	30.9
7	22	0.561	24	4.5	27.7	6.7	11.6	-0.1	0.000	0.204	32.8
8	9	0.362	40	1.8	14.0	0.9	5.3	0.1	0.000	0.090	9.9

表 6 予測値と実測値の比較

実測値	予測値	残差	残差の2乗
46.0	44.5	-1.478	2.1834394563210
30.0	31.7	1.683	2.8309769962820
39.0	29.8	-9.196	84.5745964240372
36.0	28.7	-7.293	53.1809279669027
25.0	25.5	0.524	0.2741789594089
19.0	23.4	4.384	19.2164214849255
22.0	24.4	2.375	5.6422684882611
9.0	12.4	3.423	11.7158798291966
残差平方和			179.6186896053350

表 6 において、残差平方和が 179.6 ということは、予測値は実測値との差違が小さく、回転時間を比較的簡単に予測するためには、外径による回帰線の方程式からの予測でも、大きな誤差は生じないといえる。

演習資料 20	回転時間と下の長さの散布図の回帰線を求める演習
目 標	単回帰分析を行い、回転時間と下の長さの散布図の回帰線を求めさせる。

7. 回転時間と下の長さの散布図の回帰線を求める演習

回転時間 Y を目的変数とし、下の長さ X_7 を説明変数として、 Y と X_7 の散布図の回帰線を求めると、これが下の長さから回転時間を予測する関係式である。

(問3) 回転時間(Y)を目的変数とし、下の長さ(X_7)を説明変数として単回帰分析を実行し、残りの8個のコマの各々について、下の長さから回転時間を予測する関係式(数学モデル)を作成せよ。

(1) 回転時間と下の長さの単回帰分析の実行

表7 概要の表

回帰統計	
重相関 R	0.63879
重決定 R ²	0.40805
補正 R ²	0.39645
標準誤差	9.47444
観測数	53

表8 分散分析表

	自由度	変動	分散	観測された分散比	有意F
回帰	1	3155.8	3155.8	35.1563	2.6E-07
残差	51	4578.01	89.765		
合計	52	7733.82			

	係数	標準誤差	t	P-値	下限 95%	上限 95%	下限 95.0%	上限 95.0%
切片	21.8029	1.51274	14.4128	1.3E-19	18.766	24.8399	18.766	24.8399
X値1	1.68858	0.28479	5.92928	2.6E-07	1.11684	2.26031	1.11684	2.26031

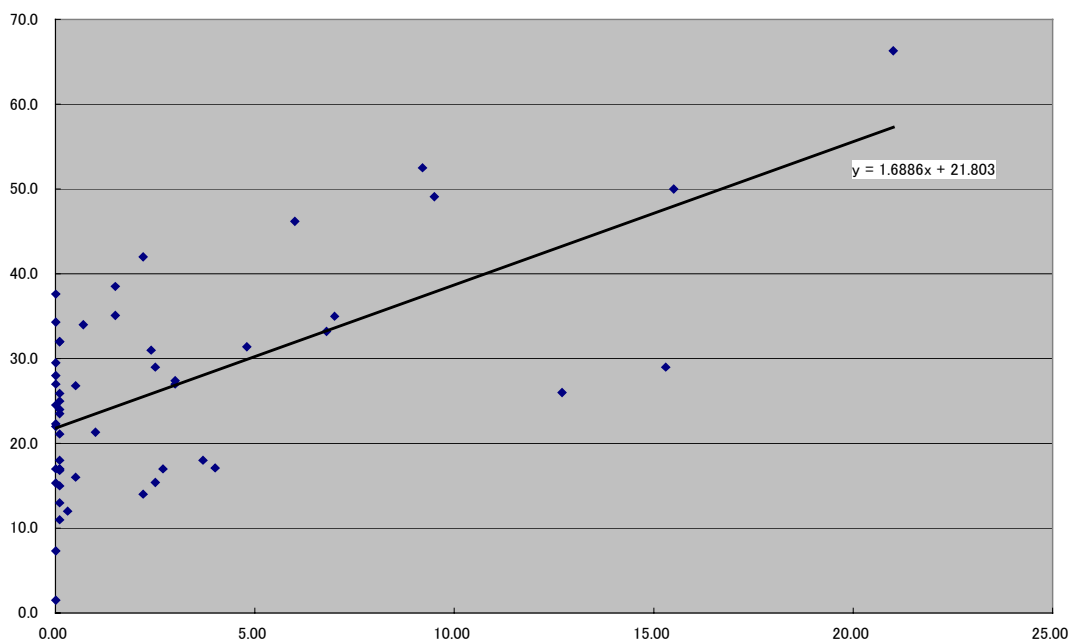
演習資料 21	下の長さから回転時間を予測する回帰線の方程式
目 標	下の長さから回転時間を予測する関係式を作成する。

(2) 下の長さから回転時間を予測する回帰線の方程式

下の長さを X とすると、回転時間 Y は、

$$Y = 1.689X + 21.803$$

単回帰分析によるこの関係式（回帰線の方程式）は、残り 8 個のコマの回転時間を予測する数学モデルだといえる。



(図 5) 回転時間と下の長さの回帰線

演習資料 22	下の長さによる回転時間の予測値と実測値の比較
目 標	下の長さによる回転時間の予測値と実測値を比較する。

(3) 下の長さによる回転時間の予測値と実測値の比較

(問 4) 残り 8 個のコマについて、回転時間と下の長さの回帰線の方程式から、下の長さによる回転時間の予測値を求め、一つ一つのコマを回して回転時間を実測し、予測値と実測値を比較せよ。

表 9 コマの実測値

	Y	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀
1	46	0.258	7	7.0	75.7	42.3	45.7	11.3	0.247	0.592	71.4
2	30	0.221	21	4.1	56.6	12.5	25.6	1.6	0.620	0.267	46.8
3	39	0.168	7	3.6	47.9	8.8	32.5	3.3	0.110	0.203	43.2
4	36	0.222	12	4.4	27.0	6.3	14.8	0.1	0.000	0.152	41.1
5	25	0.402	43	4.5	32.5	8.5	11.5	2.0	0.173	0.242	35.0
6	19	0.246	10	36.0	24.4	4.2	11.7	3.1	0.264	0.135	30.9
7	22	0.561	24	4.5	27.7	6.7	11.6	-0.1	0.000	0.204	32.8
8	9	0.362	40	1.8	14.0	0.9	5.3	0.1	0.000	0.090	9.9

表 10 予測値と実測値の比較

実測値	予測値	残差	残差の2乗
46.0	40.9	-5.116	26.1750825236463
30.0	24.5	-5.495	30.1987910774095
39.0	27.4	-11.625	135.1351399909490
36.0	22.0	-14.028	196.7905672752960
25.0	25.2	0.180	0.0324315381082
19.0	27.0	8.038	64.6017404292461
22.0	21.6	-0.366	0.1338983683723
9.0	22.0	12.972	168.2674361599730
残差平方和			621.3350873630000

表 8 において、残差平方和が 621.3 ということは、予測値と実測値との差のバラツキが大きく、下の長さによる回帰線の方程式では回転時間の予測が困難であることを示している。

演習資料 23	回転時間と握りの長さの散布図の回帰線を求める演習
目 標	回転時間と握りの長さの散布図の回帰線を求めるために単回帰分析を行う。

8 . 回転時間と握りの長さの散布図の回帰線を求める演習

回転時間 Y を目的変数とし、握りの長さ X_6 を説明変数として、 Y と X_6 の散布図の回帰線を求めると、これが握りの長さから回転時間を予測する関係式である。

(問5) 回転時間 (Y) を目的変数とし、握りの長さ (X_6) を説明変数として単回帰分析を実行し、残りの8個のコマの各々について、握りの長さから回転時間を予測する関係式 (数学モデル) を作成せよ。

(1) 回転時間と握りの長さの単回帰分析の実行

表 11 概要の表

回帰統計	
重相関 R	0.64526
重決定 R ²	0.41637
補正 R ²	0.40492
標準誤差	9.40767
観測数	53

表 12 分散分析表

	自由度	変動	分散	観測された分散比	有意F
回帰	1	3220.1	3220.1	36.383	1.8E-07
残差	51	4513.72	88.5043		
合計	52	7733.82			

	係数	標準誤差	t	P-値	下限 95%	上限 95%	下限 95.0%	上限 95.0%
切片	15.0866	2.27432	6.63345	2.1E-08	10.5207	19.6525	10.5207	19.6525
X値1	0.56524	0.09371	6.03187	1.8E-07	0.37711	0.75337	0.37711	0.75337

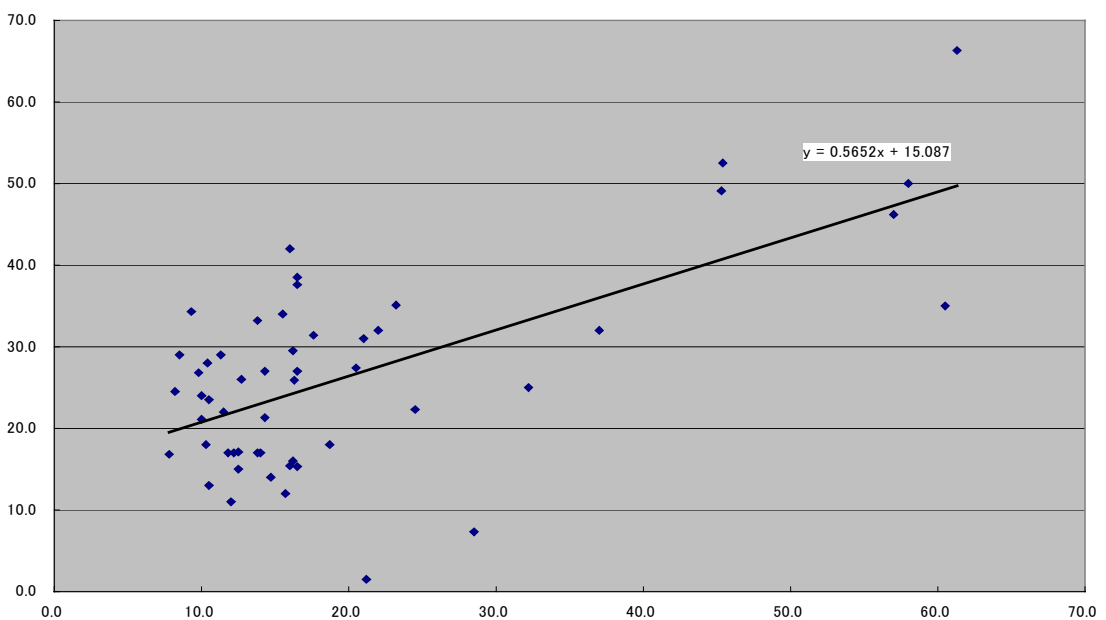
演習資料 24	握りの長さから回転時間を予測する回帰線の方程式
目 標	握りの長さから回転時間を予測する関係式を作成する。

(2) 握りの長さから回転時間を予測する回帰線の方程式

握りの長さを X_6 とすると、回転時間 Y は

$$Y = 0.565 X_6 + 15.087$$

単回帰分析によるこの関係式（回帰線の方程式）は、残り 8 個のコマの回転時間を予測する数学モデルだといえる。



(図 6) 回転時間と握りの長さの回帰線

演習資料 25	握りの長さによる回転時間の予測値と実測値の比較
目 標	握りの長さによる回転時間の予測値と実測値を比較する。

(3) 握りの長さによる回転時間の予測値と実測値の比較

(問 6) 残り 8 個のコマについて、回転時間と握りの長さの回帰線の方程式から、握りの長さによる回転時間の予測値を求め、一つ一つのコマを回わして回転時間を実測し、予測値と実測値を比較せよ。

表 13 コマの実測値

	Y	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀
1	46	0.258	7	7.0	75.7	42.3	45.7	11.3	0.247	0.592	71.4
2	30	0.221	21	4.1	56.6	12.5	25.6	1.6	0.620	0.267	46.8
3	39	0.168	7	3.6	47.9	8.8	32.5	3.3	0.110	0.203	43.2
4	36	0.222	12	4.4	27.0	6.3	14.8	0.1	0.000	0.152	41.1
5	25	0.402	43	4.5	32.5	8.5	11.5	2.0	0.173	0.242	35.0
6	19	0.246	10	36.0	24.4	4.2	11.7	3.1	0.264	0.135	30.9
7	22	0.561	24	4.5	27.7	6.7	11.6	-0.1	0.000	0.204	32.8
8	9	0.362	40	1.8	14.0	0.9	5.3	0.1	0.000	0.090	9.9

表 14 予測値と実測値の比較

実測値	予測値	残差	残差の2乗
46.0	40.9	-5.082	25.8244230903837
30.0	29.6	-0.443	0.1963973464976
39.0	33.5	-5.543	30.7247098269818
36.0	23.5	-12.548	157.4472070224780
25.0	21.6	-3.413	11.6492540436540
19.0	21.7	2.700	7.2897210271607
22.0	21.6	-0.357	0.1271464504254
9.0	18.1	9.082	82.4898102470751
残差平方和			315.7486690546570

表 14 において、残差平方和が 315.7 ということは、予測値と実測値との差が大きいといえる。予測値と実測値を具体的に比較すると、予測値が実測値と大きくへだたっているものが二つある。すなわち、握りの長さによる回帰線の方程式では回転時間の予測は困難といえよう。

演習資料 26	重回帰分析を用いる必要性
目 標	重回帰分析を用いる必要性を理解させる。

9 . 重回帰分析の説明

(1) 重回帰分析を用いる必要性

相関分析によると、回転時間(Y)と相関係数の大きい要因は、外径(X_{10})、角度(X_2)、握りの長さ(X_6)、下の長さ(X_7)の4つである。単回帰分析の結果によると要因一つ一つを独立と考えると、外径が大きな要因となっていると考えられる。

しかしながら、各々独立のいくつかの要因が重なって作用している場合には、複数の要因が有効と考えられる。このような複数の要因がすべて有効な要因と判断してよいかどうかについては、重回帰分析で検定する。

(2) 重回帰分析の説明変数の検討

回転時間の予測に利用する説明変数は全部で 10 個ある。これらの説明変数のうち独立でないものを検討する。

相関行列の表を横にたどってみると、説明変数間の相関係数がわかる。

回転時間と相関係数最大の外径(X_{10})の行を横にたどると、外径と重量(X_5)が 0.869、外径と握りの長さ(X_6)が 0.901 と高い相関がある。これらの関係は、外径の大きいコマは、コマ全体が大きく重量があり、大きいコマは握りの長さも長いと考えられる。こう考えると、これら三つの説明変数は独立ではないと判断できる。これから、重量と握りの長さは説明変数から除いて、外径だけを説明変数とする。

演習資料 27	重回帰分析の基礎
目 標	重回帰分析の基礎を理解させる。

(3) 重回帰分析とは

予測したい目的変数（回転時間）を y 、その予測に利用する説明変数を x_1, x_2, \dots, x_p としたとき、(1) の関係式を作成することによって、 y の予測を行う手法を、重回帰分析という。

$$y = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_px_p + a_0 \quad (1)$$

この手法において、関係式のあてはまりの良さを表わす値として、重相関係数がある。この係数は関係式によって得られる予測値と y の実測値を比較することによって得られ、あてはまりがよいほど 1 に近づく。

また、予測に使う説明変数を選択するのに F 値が一般に使われる。F 値は、分散分析で使われる分散比のことである。モデルの誤差項を分散 σ^2 の不偏推定量で独立ものが 2 つあるとき、それぞれを v_1, v_2 とすると、その比の値が F 値といわれる。

重回帰分析では、複数個の説明変数の候補があるとき、その一部を除いてよいか、変数を絞ってよいかを考えると、変数の多い方での残差平方和を S_1 、絞った方の残差平方和を S_0 とし、そのときの残差平方和の自由度をそれぞれ ϕ_1, ϕ_0 とすると次の F 値によって検定される。

$$F = \frac{(S_0 - S_1) / (\phi_0 - \phi_1)}{S_1 / \phi_1}$$

この F 値が例えば 2 より小さければ絞った方がよい。すなわち、説明変数が多いことに意味がないと判断される。

演習資料 28	重回帰分析の説明変数決定法
目 標	重回帰分析の説明変数の決定方法を理解させる。

10. 重回帰分析の説明変数の決定方法

回転時間を予測する説明変数は、前述の説明変数の検討結果から次の 8 変数となる。

重心 (X 1) 角度 (X 2) 軸径 (X 3) 軸長 (X 4) 下の長さ (X 7) 下の長さ / 握りの長さ (X 8) 重量 / 外径 (X 9) 外径 (X 10)

これらの説明変数の中から、回転時間の予測に有効な説明変数は、通常、F 値を用いて決定する。

この F 値は分散分析の分散比である。これから、コマの回転時間にどの説明変数が有効かを考えてその数を絞り、さらにそれを絞る必要があるかどうかを検討して、説明変数を決定するのである。

説明変数としては、前記 8 個のうち、外径 (X 10) が有効なことは、これまでの検討から明確である。また、角度 (X 2) は小さい程安定して回るので有効と考えられる。これ以外でやや有効と思えるのは軸長 (X 4) である。さらに挙げうるのは重心 (X 1) である。

こう考えると、外径、角度、軸長の 3 つが、他の要因に比べ有効と思われる。この 3 つの要因で重相関係数を求めると、0.811 と非常に高い相関のあることがわかる。このことから、外径、角度、軸長の 3 つを説明変数としてよいと考えられる。

演習資料 29	重回帰分析の実行と重回帰式
目 標	回転時間を目的変数とし、外径、角度、軸長を説明変数として重回帰分析を実行する。

11. 重回帰分析の実行と重回帰式

(問) 回転時間を目的変数とし、外径、角度、軸長の3つの要因を説明変数として重回帰分析を実行し、コマの回転時間を予測する関係式(重回帰式)を求めよ。

(1) 重回帰分析の結果

表 15 概要の表

回帰統計	
重相関 R	0.81066
重決定 R ²	0.65717
補正 R ²	0.63618
標準誤差	7.35596
観測数	53

表 16 分散分析表

	自由度	変動	分散	観測された分散比	有意F
回帰	3	5082.42	1694.14	31.3091	1.9E-11
残差	49	2651.4	54.1102		
合計	52	7733.82			

	係数	標準誤差	t	P-値	下限 95%	上限 95%	下限 95.0%	上限 95.0%
切片	18.2941	3.84738	4.75494	1.8E-05	10.5625	26.0256	10.5625	26.0256
X値1(外径)	0.58218	0.095	6.12845	1.5E-07	0.39128	0.77309	0.39128	0.77309
X値2(軸長)	-0.1883	0.07217	-2.6096	0.01199	-0.3334	-0.0433	-0.3334	-0.0433
X値3(角度)	-0.2317	0.09201	-2.5181	0.01511	-0.4166	-0.0468	-0.4166	-0.0468

(2) 重回帰式

外径、 X_1 、角度を X_2 、軸長 X_4 とすると、コマの回転時間 Y は次式で示される。

$$Y = 0.58X_1 - 0.19X_4 - 0.23X_2 + 18.29$$

この関係式は、コマの回転時間を予測する数学モデルである。

演習資料 30	重回帰分析で求めた回転時間を予測する数学モデルの精度の検証
目 標	回転時間の実測値と予測値を比較し、重回帰分析によって求めた回転時間を予測する数学モデルの精度を検証する。

12. 回転時間を予測する数学モデルの精度の検証

(問1) 残り8個のコマについて、回転時間(Y)及び要因(X_1, X_2, \dots, X_{10})を実測せよ。

(1) 8個のコマの実測値

表 17 コマの実測値

	Y	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}
1	46	0.258	7	7.0	75.7	42.3	45.7	11.3	0.247	0.592	71.4
2	30	0.221	21	4.1	56.6	12.5	25.6	1.6	0.620	0.267	46.8
3	39	0.168	7	3.6	47.9	8.8	32.5	3.3	0.110	0.203	43.2
4	36	0.222	12	4.4	27.0	6.3	14.8	0.1	0.000	0.152	41.1
5	25	0.402	43	4.5	32.5	8.5	11.5	2.0	0.173	0.242	35.0
6	19	0.246	10	36.0	24.4	4.2	11.7	3.1	0.264	0.135	30.9
7	22	0.561	24	4.5	27.7	6.7	11.6	-0.1	0.000	0.204	32.8
8	9	0.362	40	1.8	14.0	0.9	5.3	0.1	0.000	0.090	9.9

(問2) 重回帰分析によって、すでに求めた回転時間を予測する数学モデルを用いて、8個のコマの回転時間の予測値を求め、それを実測値と比較せよ。

(2) 予測値と実測値の比較

表 18 予測値と実測値の比較結果

実測値	予測値	残差	残差の2乗		
46.0	44.0	-2.017	4.067		
30.0	30.0	0.015	0.000		
39.0	32.8	-6.199	38.422		
36.0	34.4	-1.643	2.701		
25.0	22.6	-2.413	5.822		
19.0	29.4	10.371	107.565		
22.0	26.6	4.612	21.274		
9.0	12.2	3.154	9.945		
残差平方和					189.795

(3) 数学モデルの精度の検証

表 18 の結果からみて、回転時間を予測する数学モデルの精度はかなりよいと判定できる。

演習資料 31	データの提示
目 標	各商品の販売数は曜日と関係があるかを調べるデータを提示する。

1. データの提示

次のデータはコンビニエンスストアのA店の4週間における手巻おにぎり、幕の内弁当、三角サンドの日々の販売数の一覧表である。

表 19 手巻おにぎり

曜	月	火	水	木	金	土	日
日/天	1/晴	2/曇	3/晴	4/晴	5/晴	6/晴	7/晴
販売数	94	124	118	86	129	116	165
ロス	12	0	7	16	13	9	12
日/天	8/雨	9/雨	10/晴	11/晴	12/晴	13/雨	14/曇
販売数	96	116	113	83	128	104	157
ロス	17	2	7	43	17	4	3
日/天	15/晴	16/晴	17/晴	18/雨	19/雨	20/雨	21/晴
販売数	110	100	124	122	111	107	127
ロス	19	2	3	0	13	11	23
日/天	22/晴	23/曇	24/晴	25/晴	26/晴	17/晴	28/晴
販売数	100	132	96	105	120	115	136
ロス	1	12	20	0	7	3	23

表 20 幕の内弁当

曜	月	火	水	木	金	土	日
日/天	1/晴	2/曇	3/晴	4/晴	5/晴	6/晴	7/晴
販売数	18	30	28	21	17	19	14
ロス	2	1	2	6	1	1	7
日/天	8/雨	9/雨	10/晴	11/晴	12/晴	13/雨	14/曇
販売数	26	45	50	36	28	19	22
ロス	0	2	1	19	2	2	1
日/天	15/晴	16/晴	17/晴	18/雨	19/雨	20/雨	21/晴
販売数	38	45	36	37	48	50	38
ロス	2	12	10	2	3	1	4
日/天	22/晴	23/曇	24/晴	25/晴	26/晴	17/晴	28/晴
販売数	33	30	27	22	42	25	17
ロス	0	2	0	0	7	14	8

演習資料 32	問題の設定
目 標	各商品の販売数は曜日と関係があるかを調べるため、問題を設定する。

表 21 三角サンド

曜	月	火	水	木	金	土	日
日 / 天	1 / 晴	2 / 曇	3 / 晴	4 / 晴	5 / 晴	6 / 晴	7 / 晴
販売数	24	33	30	26	26	25	25
ロス	4	0	0	2	4	11	6
日 / 天	8 / 雨	9 / 雨	10 / 晴	11 / 晴	12 / 晴	13 / 雨	14 / 曇
販売数	27	33	26	25	32	29	26
ロス	1	0	4	5	6	3	2
日 / 天	15 / 晴	16 / 晴	17 / 晴	18 / 雨	19 / 雨	20 / 雨	21 / 晴
販売数	10	26	32	28	28	28	28
ロス	14	2	0	0	5	2	8
日 / 天	22 / 晴	23 / 曇	24 / 晴	25 / 晴	26 / 晴	17 / 晴	28 / 晴
販売数	23	29	30	29	30	30	24
ロス	1	0	4	0	2	3	6

2. 問題の設定

「手巻おにぎり、幕の内弁当、三角サンドの販売数は、曜日と関係があるだろうか」について検討する。

[一覧表から読みとれる事実]

商品の各種ごとの曜日別集計表は次の通りである。

表 22 集計表

	月	火	水	木	金	土	日	計
手巻おにぎり	400	472	451	396	488	442	585	3234
幕の内弁当	115	150	141	116	135	113	91	861
三角サンド	84	121	118	108	116	112	103	762
計	599	743	710	620	739	667	779	4857

手巻おにぎりは、各曜日で常に販売数がトップである。

手巻おにぎりの販売数は日曜が最高である。

幕の内弁当の販売数は火曜が最高である。

三角サンドの販売数は火曜が最高である。

3商品の販売総数は日曜、火曜、金曜が多い。

3商品の販売総数は月曜、木曜が比較的少ない。

これらの事実からでは、各商品の販売数は、曜日と関係があるかどうかは結論づけられない。

演習資料 33	仮説検定の説明
目 標	仮説検定の意味を理解し、具体的な仮説検定に適用することができるようにする。

3．仮説の設定の説明

(1) 仮説検定とは

母集団 (population) が持つ性質に対して、ある仮定を立てる場合、有限個の統計的なサンプルを調べて、その仮定の適否を判断するとき、この仮定のことを仮説 (hypothesis) という。このような推論の方法を仮説検定という。

最初に設けられた仮説は、棄却されるかも知れないことが予想されるので、帰無仮説 (null hypothesis) という。

(2) 有意水準

仮説検定の基本的な考え方は次の通りである。

ある仮説を立てて、実験や調査によって得られた結果が、この仮説のもとでどの程度の確率で起こるのかを計算し、その確率が小さいときは仮説の棄却をする。

このとき、この仮説のもとで起こる確率がある基準よりも小さい場合には、この仮説を棄却する。この仮説棄却の限界の基準を有意水準 (significance level) という。通常、有意水準には 0.05 (5%) または 0.01 (1%) が用いられる。

(3) 独立性の検定 (test of independence)

帰無仮説は独立性の仮定の形をとる。このため、独立性の検定によって仮説検定を行う。

(4) 標本分布

母集団から抽出した標本の分布は、いろいろな形のものがある。ここでは、標本分布は ² 分布に従うものを取り扱う。

演習資料 34	仮説検定の説明
目 標	仮説検定の意味を理解し、具体的な仮説検定に適用することができるようにする。

(5) χ^2 分布

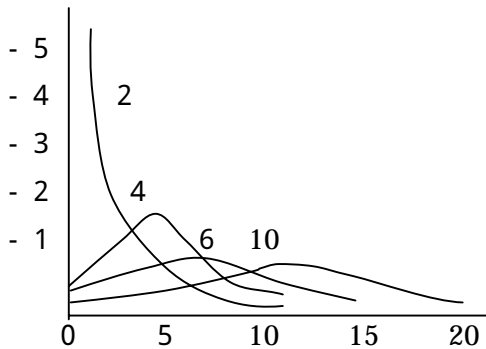


図 7 χ^2 分布

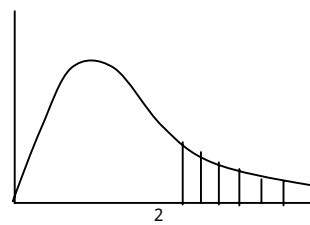


図 8

表 23 χ^2 分布

P \ χ^2	0.995	0.050	0.010
2	0.010025	5.99147	9.21034
4	0.206990	9.48773	13.2767
6	0.675727	12.5916	16.8119
10	2.15585	18.3070	23.2093
12	3.07382	21.0261	26.2170

は自由度.

P は χ^2 の値が表中の数値を越える確率

演習資料 35	仮説の設定と自由度決定の演習
目 標	商品の販売数は曜日と関係があるかを調べるため、標本の分布は ² 分布に従うものとし、帰無仮説を設定し、自由度を求める。

4．仮説検定の演習

(1) 帰無仮説の設定

商品の種類ごとの曜日別集計結果を検討しても、各商品の販売数は曜日と関係があるかどうか結論づけられない。

そのため、標本の分布は²分布に従うものと考え、次のような帰無仮説を設定して、独立性の検定を行う。

帰無仮説「手巻おにぎり、幕の内弁当、三角サンドの販売数は、曜日と独立（無関係）である」

(2) 自由度の決定

²分布の自由度は次の式で求められる。

$$\text{自由度} = (\text{曜日} - 1) \times (\text{商品種類} - 1)$$

$$\text{これから自由度} = (7 - 1) \times (3 - 1)$$

$$= 12$$

この標本の分布は、自由度 12 の²分布に従うものとする。

ここでは有意水準（仮説棄却の基準）を 0.05（5%）とすると、自由度 12 の²分布の有意水準 0.05 の点は、21.0261 である。

演習資料 36	仮説検定の演習
目 標	帰無仮説の独立性の検定を行い、各商品の販売数は曜日と関係があるかの結論を求める。

(3) χ^2 の値の計算

$$\chi^2 = [(\text{観測度数} - \text{期待度数})^2 / \text{期待度数}]$$

$$\text{期待度数} = \frac{\text{各曜日の割合}}{\text{全体の数}} \times \frac{\text{各商品の割合}}{\text{全体の数}} \times \text{全体の数}$$

表 24 期待度数表

	月	火	水	木	金	土	日	計
手巻おにぎり	398.84	494.72	472.75	412.82	492.06	444.12	518.69	3234.00
幕の内弁当	106.18	131.71	125.86	109.91	131.00	118.24	138.09	861.00
三角サンド	93.98	116.57	111.39	97.27	115.94	104.64	122.21	762.00
計	599.00	743.00	71.00	620.00	739.00	667.00	779.00	4857.00

$$\chi^2 = 39.44$$

(4) 結論

$\chi^2 = 39.44$ の値は、

自由度 12 の χ^2 分布の 5 % の有意水準 (21.0261) を超え、5 % 棄却域に含まれているため、仮説は棄却される。

これから、「手巻おにぎり、幕の内弁当、三角サンドの販売数は曜日と関係がある」という結論に達する。